

一.填空题(每题 3 分, 共 36 分)

1. 已知集合  $A = \{1, 2, k\}$ ,  $B = \{2, 5\}$ , 若  $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

2. 若  $\log_2(x+1) = 3$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

3. 不等式  $\frac{1}{x} < 2$  的解集是 \_\_\_\_\_.

4. 函数  $y = x + \frac{3}{x} (x > 0)$  的值域为 \_\_\_\_\_.

5. 函数  $f(x) = \sqrt{\log_2(x-1)}$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

6. 已知函数  $f(x) = x, g(x) = \frac{4}{x}$ , 则  $f(x) \cdot g(x) =$  \_\_\_\_\_.

7. 若函数  $f(x) = \frac{x}{x+2}$  的反函数是  $f^{-1}(x)$ , 则  $f^{-1}(3) =$  \_\_\_\_\_.

8. 方程  $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$  的解是 \_\_\_\_\_.

9. 已知函数  $f(x) = ax^2 + bx (a, b \in R)$  是定义在  $[a-1, 2a]$  上的偶函数, 那么  $a + b =$  \_\_\_\_\_.

10. 函数  $y = \log_2(x^2 - 2x)$  的单调增区间为 \_\_\_\_\_.

11. 已知实数  $a$  满足  $(2a-1)^{\frac{3}{2}} > (a+1)^{\frac{3}{2}}$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

12. 已知关于  $x$  的不等式  $\log_m \left( mx^2 - x + \frac{1}{2} \right) \geq 0$  在  $[1, 2]$  上恒成立, 则实数  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

二、选择题 (每题 3 分, 共 12 分)

13. 已知  $x \in R$ , 则 “ $x = 1$ ” 是 “ $x^2 - 4x + 3 = 0$ ” 的 ( )

- A.充分不必要条件                      B.必要不充分条件  
C.充要条件                                D.既不充分也不必要条件

14.下列函数中，是奇函数且在 $(0,+\infty)$ 上单调递增的为（    ）

- A.  $y = x^2$               B.  $y = x^{\frac{1}{3}}$               C.  $y = x^{-1}$               D.  $y = x^{-\frac{1}{2}}$

15.  $x$  为实数，且  $|x-5|+|x-3| < m$  有解，则实数  $m$  的取值范围是（    ）

- A.  $m > 2$               B.  $m > 1$               C.  $m \geq 2$               D.  $m \geq 1$

16. 设函数  $f(x) = n - 1, x \in [n, n + 1], n \in N$ ，函数  $g(x) = \log_2 x$ ，则方程  $f(x) = g(x)$  实数解的个数是（    ）

- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

### 三、解答题(共 5 题，共 52 分)

17. 已知函数  $f(x) = x^2 - 3x + m$ ，且  $f(-1) = 5$

(1) 求不等式  $f(x) > -1$  的解集:

(2) 求函数  $f(x)$  在区间  $[-2, 4]$  上的最值

18. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{2^x - 1} + a (a \in \mathbf{R})$

(1) 求常数  $a$  的值:

(2) 判断函数  $f(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上的单调性并用定义证明.

19. 已知函数  $f(x) = \lg\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$

(1) 试判断函数  $f(x)$  的奇偶性:

(2) 解不等式  $f(x) \geq \lg(3x)$ .

20. 某工厂某种航空产品的年固定成本为 250 万元，每生产  $x$  件，需另投入成本为  $C(x)$

当年产量不足 80 件时， $C(x)=\frac{1}{3}x^2+10x$ （万元）；当年产量不小于 80 件时.

$C(x)=51x+\frac{10000}{x}-1450$ （万元）每件商品售价为 50 万元，通过市场分析，该厂生产的产品能全部售完.

(1) 写出年利润  $L(x)$ （万元）关于年产量  $x$ （件）的函数解析式:

(2) 年产量为多少时，该厂在这一商品的生产中所获利润最大？