

青岛九中 2018—2019 学年度第二学期第一学段模块考试  
高一数学试题

2019.04

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分。第 I 卷为选择题，共 60 分；第 II 卷为非选择题，共 90 分，满分 150 分，考试时间为 120 分钟。
2. 第 I 卷共 2 页，每小题有一个正确答案，请将选出的答案标号 (A、B、C、D) 涂在答题卡上。第 II 卷共 2 页，将答案用黑色签字笔 (0.5mm) 写在答题卡上。

第 I 卷

一、单项选择题 (共 60 分)

1. 等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ ，若  $a_1 = 2, S_3 = 12$ ，则  $a_5 = ( \quad )$

A.8      B.10      C.12      D.14

2. 设  $a, b \in \mathbb{R}$ ，下列不等式中一定成立的是 ( )

A.  $a^2 + 3 > 2a$       B.  $a^2 + b^2 > 0$       C.  $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$       D.  $a + \frac{1}{a} \geq 2$

3. 若直线  $l_1$  和  $l_2$  是异面直线， $l_1$  在平面  $\alpha$  内， $l_2$  在平面  $\beta$  内， $l$  是平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  的交线，则下列

命题正确的是 ( )

A.  $l$  至少与  $l_1, l_2$  中的一条相交

B.  $l$  与  $l_1, l_2$  都相交

C.  $l$  至多与  $l_1, l_2$  中的一条相交

D.  $l$  与  $l_1, l_2$  都不相交



4、用一个平行于圆锥底面的平面截这个圆锥，截得的圆台上、下底面的面积之比为 1:16，截去的圆锥的母线长是 3cm，则圆台的母线长是 ( )

- A. 9cm    B. 10cm    C. 12cm    D. 15cm

5、若  $a, b \in \mathbb{R}$ ，且  $a + |b| < 0$ ，则下列不等式中正确的是 ( )

- A.  $a - b > 0$     B.  $a^3 + b^3 > 0$     C.  $a^2 - b^2 < 0$     D.  $a + b < 0$

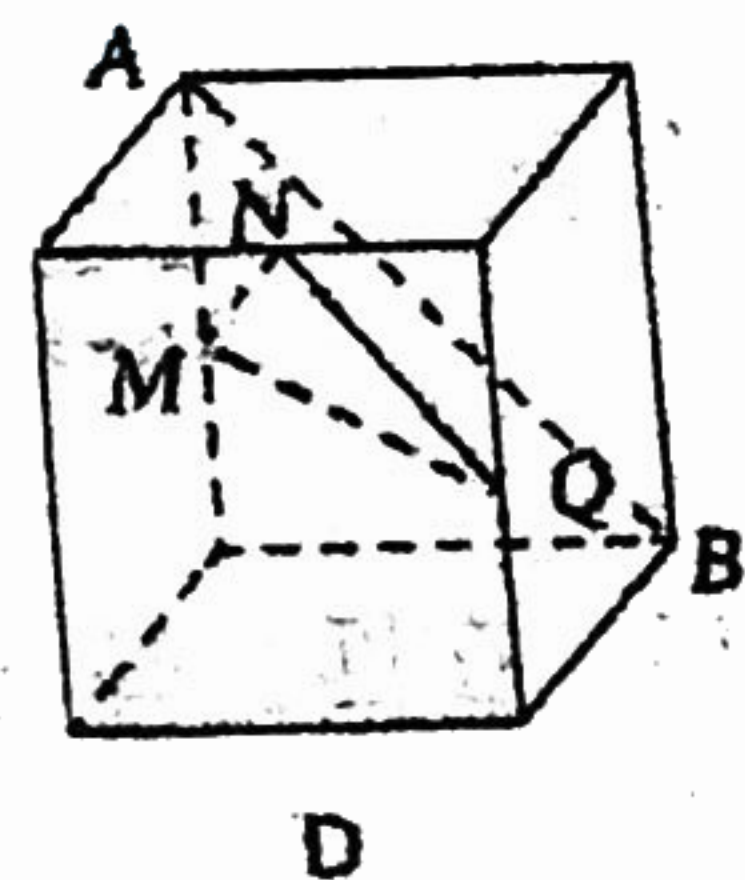
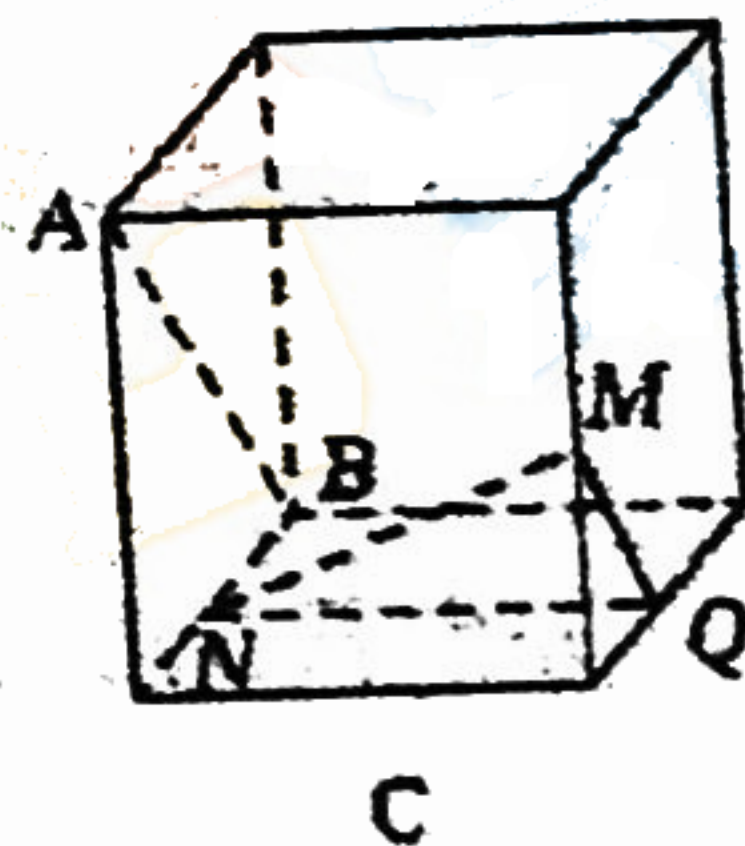
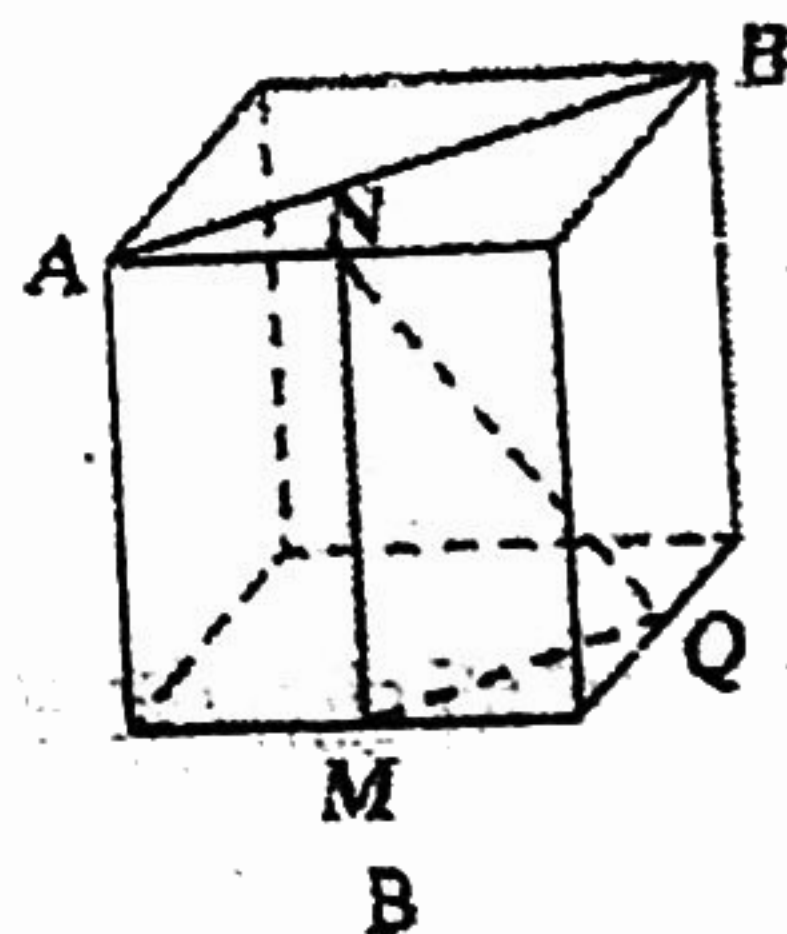
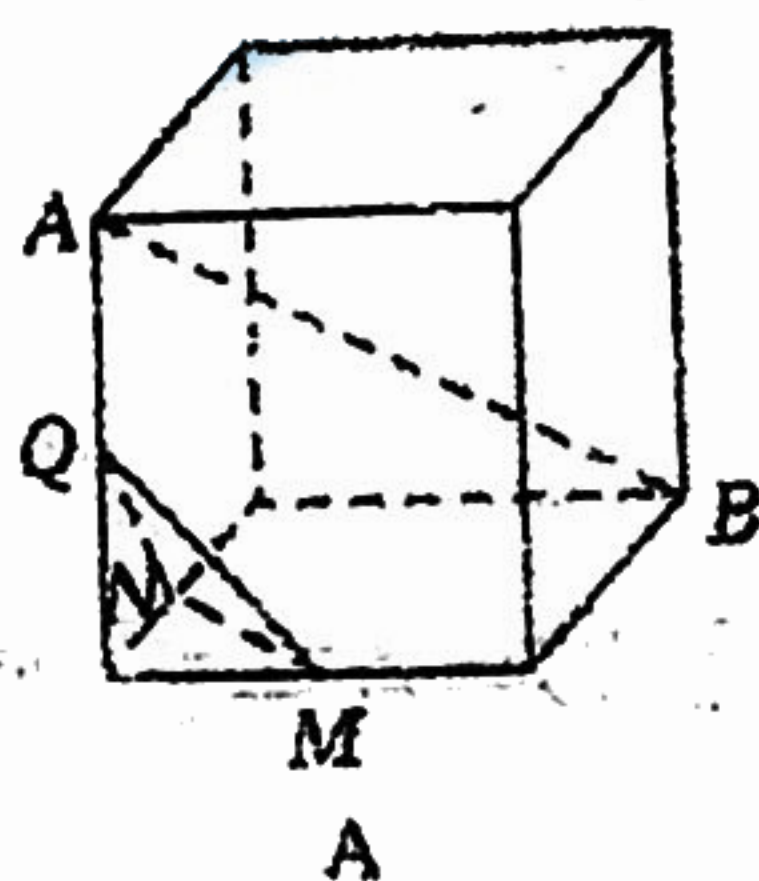
6、已知数列  $\{a_n\}$  是等差数列， $S_n$  为其前  $n$  项和。若  $\frac{S_3}{S_9} = \frac{1}{6}$ ，则  $\frac{S_6}{S_{12}} = ( )$

- A.  $\frac{1}{10}$     B.  $\frac{3}{10}$     C.  $\frac{5}{10}$     D.  $\frac{7}{10}$

7、设函数  $f(x) = -x^2 + x + a (a > 0)$ ，已知  $f(m) < 0$ ，则 ( )

- A.  $f(m+1) \geq 0$     B.  $f(m+1) \leq 0$     C.  $f(m+1) > 0$     D.  $f(m+1) < 0$

8、如图，在下列四个正方体中， $A, B$  为正方体的两个顶点， $M, N, Q$  为所在棱的中点，则在这四个正方体中，直线  $AB$  与平面  $MNQ$  不平行的是 ( )



9、数列  $\{a_n\}$  中，已知对任意  $n \in \mathbb{N}^*$ ， $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 2^n - 1$ ，则  $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2$  等于 ( )

- A.  $(2^n - 1)^2$     B.  $\frac{1}{2}(4^n - 2)$     C.  $\frac{1}{8}(9^n - 1)$     D.  $\frac{1}{3}(4^n - 1)$

10、表面积为  $4\sqrt{3}$  的正八面体的各个顶点都在同一个球面上，则此球的体积为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$     B.  $\frac{4}{3}\pi$     C.  $\frac{2}{3}\pi$     D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$



11、若不等式  $x^2 + ax + 1 \geq 0$  对一切  $x \in (0, \frac{1}{2}]$  恒成立, 则  $a$  的最小值是( )

A. 0

B. -2

C.  $-\frac{5}{2}$

D. -3

12、已知数列  $\{a_n\}$  的各项均为整数, 其前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_8 = -2$ ,  $a_{13} = 4$ , 前 12 项依次成等差数列, 从第 11 项起依次成等比数列, 则  $S_{20} =$  ( )

A. 986

B. 978

C. 1024

D. 1280

## 第 II 卷

### 二、填空题 (共 20 分)

13、不等式  $2^{x^2-x} < 4$  的解集为\_\_\_\_\_.

14、定义: 称  $\frac{n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$  为  $n$  个正数  $p_1, p_2, \dots, p_n$  的“均倒数”, 若数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项的“均倒数”为  $\frac{1}{2n+1}$ , 则数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n =$ \_\_\_\_\_.

15、在四面体  $ABCD$  中,  $E, F$  分别是  $AB, CD$  的中点. 若  $BD, AC$  所成的角为  $60^\circ$ , 且  $BD = AC = 1$ , 则  $EF$  的长为\_\_\_\_\_.

16、已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 = 7, a_9 = 19, S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 则  $\frac{S_n + 10}{a_n + 1}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (共 70 分) (请写出详细解题过程或文字说明)

17、①比较  $a^2 + b^2$  与  $2(2a - b) - 5$  的大小;

②已知:  $a, b, c \in (0, +\infty)$ , 且  $a + b + c = 1$ , 求证:  $(\frac{1}{a} - 1)(\frac{1}{b} - 1)(\frac{1}{c} - 1) \geq 8$ .

18、已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差  $d > 0$ , 设  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = 1, S_2 \cdot S_3 = 36$

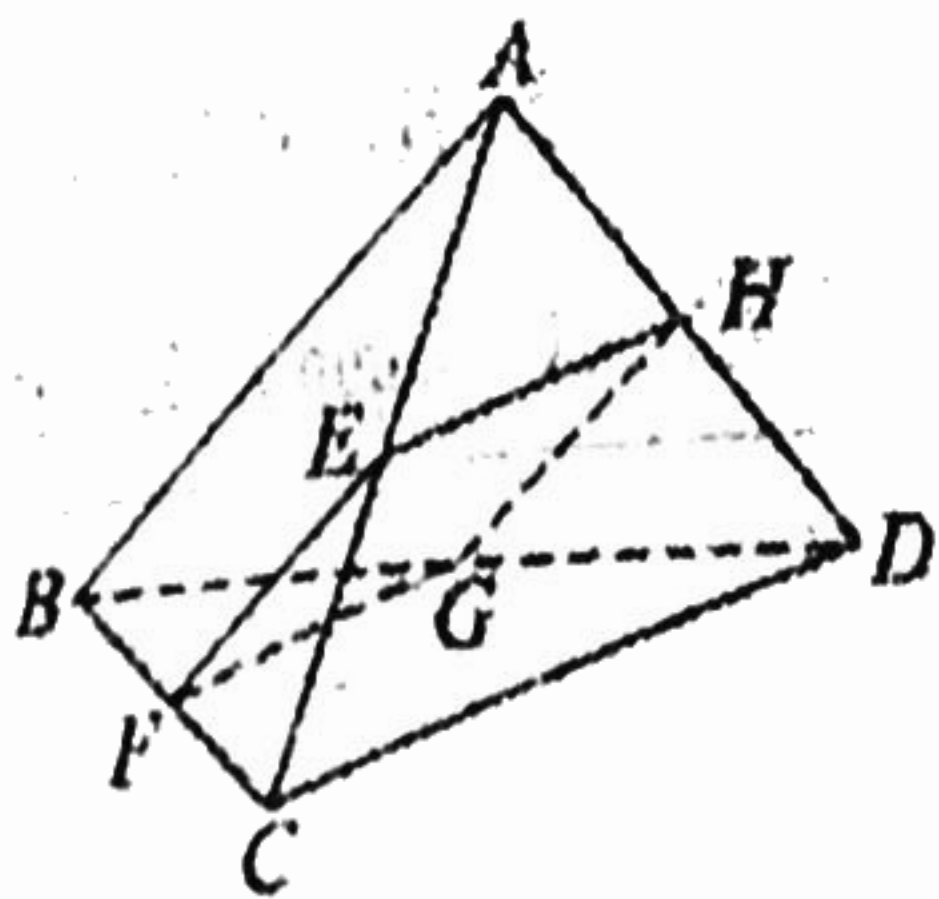


(1) 求  $d$  及  $S_{21}$

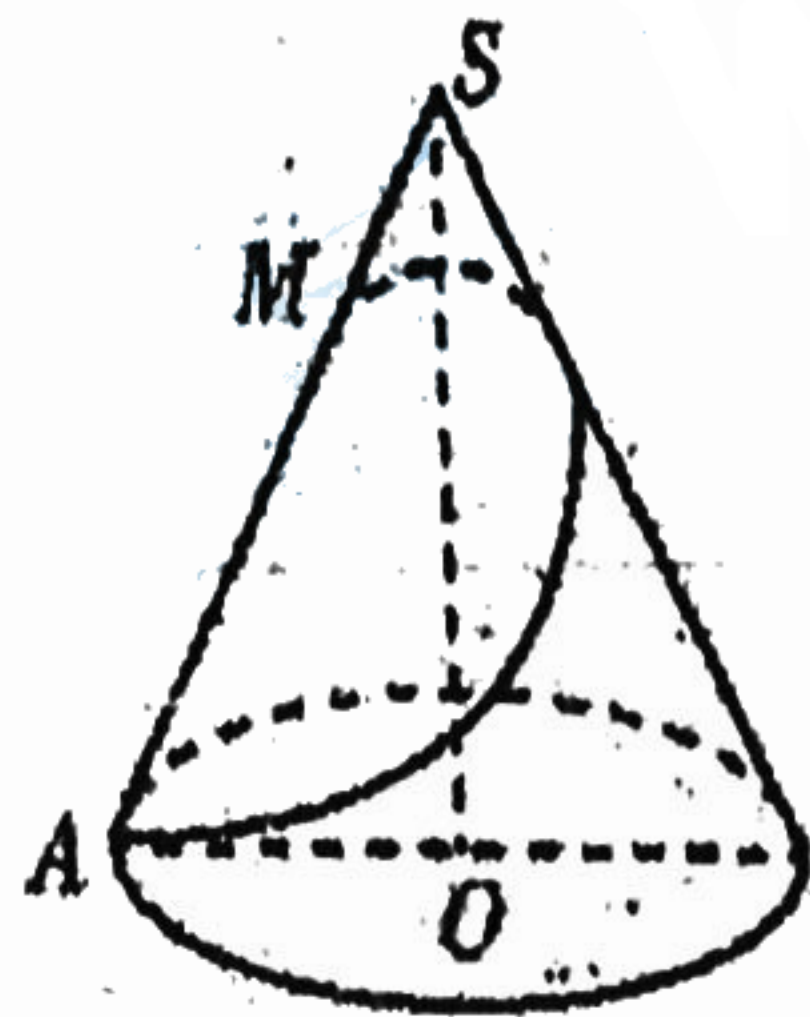
(2) 是否存在  $m, k$  ( $m, k \in \mathbb{N}^*$ ) 的值, 使得  $a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \dots + a_{m+k} = 91$ ? 若存在, 求出

$m, k$ , 若不存在, 请说明理由.

19. 四边形  $EFGH$  为空间四边形  $ABCD$  的一个截面, 且截面为平行四边形.



19 题图



20 题图

(1) 求证:  $AB \parallel$  平面  $EFGH$ ;  $CD \parallel$  平面  $EFGH$ ;

(2) 若  $AB=6$ ,  $CD=8$ , 求四边形  $EFGH$  周长的取值范围.

20. 如图所示,  $Rt\triangle SOA$  的两条直角边长  $AO=1$ ,  $SO=\sqrt{15}$ , 将此三角形绕  $SO$  旋转一周形成圆锥,  $M$  为母

线  $SA$  上一点, 且  $SM=x$ , 从点  $M$  拉一根绳子, 围绕圆锥侧面转到点  $A$ .

(1) 求此圆锥的表面积; (2) 求绳子的最短长度的平方  $f(x)$ , 并求  $f(x)$  的最大值.

21. 解关于  $x$  的不等式  $kx^2 - 2x + k > 0$  ( $k \in \mathbb{R}$ )

22. 已知  $\{a_n\}$  是等差数列,  $\{b_n\}$  是等比数列,  $a_1=1$ ,  $b_1=2$ ,  $b_2=2a_2$ ,  $b_3=2a_3+2$ .

(1) 求  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  的通项公式; (2) 若  $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 求证:  $S_n < 2$ .