机密★启用前　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　试卷类型 A

2018--2019学年度上学期高一模块考试

数学试题

2018.11

本试卷分第I卷和第II卷两部分，共四页.满分150分.考试用时120分钟，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

注意事项：

1. 答题前，考生务必用0.5毫米黑色签字笔将自己的姓名、座号、考生号、县区和科类填写在答题卡和试卷规定的位置上，并认真核准条形码上的姓名、座号和准考证号.
2. 第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号.答案写在试卷上无效.
3. 第II卷必须用0.5毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带.不按以上要求作答的答案无效.
4. 填空题请直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

第I卷（共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题意要求的.

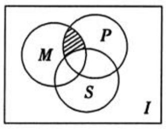
1．表示方程$x^2-5x+4=0$的解的集合不正确的是

A. $\{x\,|\,x^2-5x+4=0\}$　B. $\{x|x=1或x=4\}$　C. $\{1,4\}$　　D. $\{(1,4)\}$

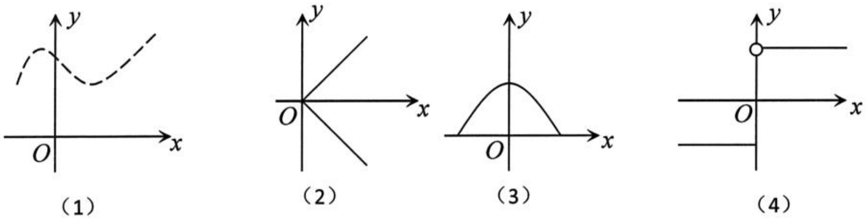
2．如图，I是全集，M,P,S是I的子集，则阴影部分所表示的集合是

A. $(M\cap P)\cap S$　　　　B. $(M\cap P)\cup S$

C. $(M\cap P)\cap(\complement_I S)$　　　　D. $(M\cap P)\cup(\complement_I S)$



3．下列四个图象中，是函数图象的为



A.（3）（4）　　B.（1）　　C.（1）（2）（3）　D.（1）（3）（4）

4．下列各组函数中，表示同一函数的是

A. $y=x$与$y=\sqrt[3]{x^3}$　　　　B. $y=x^2$与$y=\dfrac{x^3}{x}$

C. $y=1$与$y=(x-1)^0$　　　　D. $y=|x|$与$y=(\sqrt{x})^2$

5．已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2-2x,x\ge 2\\2x+1,x<2\end{cases}$，则$f\left[f(1)\right]$等于

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

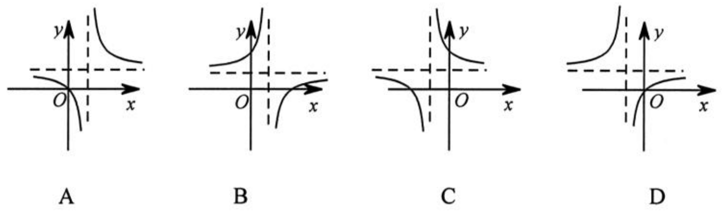
6．设函数 $y=2x^3$ 与 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}+2$ 的图象的交点为 $\left(x_0,y_0\right)$，则 x_0 所在的区间是

A．$(-1,0)$　　B．$(0,1)$　　C．$(1,2)$　　D．$(2,3)$

7．已知函数 $y=\log_a(x+1)+3+x\ (a>0且a\neq 1)$ 的图象恒过定点 A，若点 A 也在函数 $f(x)=2^x+b$ 的图象上，则 $b=$

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

8．函数 $f(x)=\frac{x-2}{x-1}$ 的图象是



9．已知 $a=0.9^3,b=\log_3^{0.9},c=3^{0.9}$，则 a,b,c 的大小关系是

A．$b<a<c$　　B．$a<c<b$　　C．$a<b<c$　　D. $b<c<a$

10．已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且在 $(-\infty,0]$ 上是减函数，若 $f\left(2x-1\right)<f\left(-1\right)$，则实数 x 的取值范围是

A. $(0,1)$　　B. $(0,+\infty)$　　C. $(-\infty,1)$　　D. $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

11．定义 $\max\left\{a,b,c\right\}$ 为 a,b,c 中的最大值，设 $M=\max\left\{3^x,x-4,5-2x\right\}$，则 M 的最小值是

A．2　　B．3　　C．4　　D．6

12．已知 $f(x)$ 在定义域 $(0,+\infty)$ 内为单调函数且对定义域内任意实数 x 都有 $f\left(f\left(x\right)-\frac{2}{3^x+1}\right)=\frac{3}{2}$，则 $f\left(\log_3 5\right)=$

A．0　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{4}{3}$

第II卷（共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13.若函数 $f(x)=2ax+2-a$ 的零点是1，则 $a=$___________.

14.函数 $f\left(x\right)=\sqrt{1-\frac{1}{3^{x-1}}}$ 的定义域为_____________.

15.已知函数 $y=\sqrt{x}-\sqrt{2-x}$ 的值域为集合 A，集合 $B=\{x\mid 2^{1-x}+a\leq 0\}$，若 $A\subseteq B$，则实数 a 的取值范围是___________.

16. 函数 $f(x)$ 的定义域为 A，若 $x_1,x_2\in A$ 且 $f(x_1)=f(x_2)$ 时总有 $x_1=x_2$，则称 $f(x)$ 为单函数．例如:函数 $f(x)=2x+1(x\in\mathbf{R})$ 是单函数．下列命题：

①函数 $f(x)=x^3-1(x\in\mathbf{R})$ 是单函数；

②函数 $f(x)=x^2(x\in\mathbf{R})$ 是单函数；

③若 $f(x)$ 为单函数，$x_1,x_2\in A$ 且 $x_1\neq x_2$，则 $f(x_1)\neq f(x_2)$；

④在定义域上具有单调性的函数一定是单函数.

其中的真命题是____________.（写出所有真命题的序号）

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

（1） 化简：$\dfrac{m+m^{-1}-2}{m^{\frac{1}{2}}-m^{-\frac{1}{2}}}$；

（2）计算：$2^{-\log_2 4}-(2\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}}+(\sqrt{2}-1)^{\lg 1}+(\lg 5)^2+\lg 2\cdot\lg 50$.

18.（本小题满分 12 分）

已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid 2^x\le 4\}$，$f(x)=\dfrac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{\lg x}}$ 的定义域为集合 B

（1）求 $A\cap(\complement_U B)$；

（2）若集合 $C=\{x\mid 4-a<x<a\}$，且 $B\cap C=C$，求实数 a 的取值范围.

19.（本小题满分 12 分）

已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$，满足条件 $f(0)=0$ 和 $f(x+1)-f(x)=2x-1$.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）若函数 $g(x)=f(x)-2tx+2$，当 $x\in[1,+\infty)$ 时，求函数 $g(x)$ 的最小值.

20.（本小题满分 12 分）

某地有一片人造山林树木数量为a，计划从某年开始合理砍伐，每年砍伐量的百分比相等.并计划砍伐到原有的一半时，所用的时间是20年.习近平总书记指出："绿水青山就是金山银山"，建设生态文明是关系人民福祉、关乎民族未来的大计，是实现中国梦的重要内容. 为保护生态，落实这一理念，树林存量至少要保留原有的$\frac{1}{4}$. 已知到今年为止，树林剩余木材量为原来的$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（1）求每年砍伐的百分比；

（2）到今年为止，该树林已砍伐了多少年？

（3）为保护生态环境，今后还能砍伐多少年？

21.（本题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\log_a(1+ax)$，$(a>0且a\neq 1)$

（1）设$g(x)=f(x)-\log_2(1-2x)$，当$a=2$时，求函数$g(x)$的定义域，判断并证明函数$g(x)$的奇偶性；

（2）是否存在实数a，使得函数$f(x)$在$[-4,-2]$递减，并且最小值为 1，若存在，求出a的值；若不存在，请说明理由.

22.（本题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\frac{2x^2+a}{x}$，且$f(1)=3$

（1）求函数$f(x)$在$(-\infty,0)$上的单调区间，并给出证明；

（2）关于x的方程$f(x)=x+b$的两根为x_1,x_2，试问是否存在实数m，使得不等式$m^2+tm+1\geq|x_1-x_2|$对任意的$b\in\left[2,\sqrt{13}\right]$及$t\in[0,1]$恒成立.若存在，求出$m$的取值范围；若不存在，说明理由.

2018—2019学年度上学期高一模块考试

数学试题答案

2018.11

一、选择题：

1--5 DCDAB　6--10　CCBAA　11--12 BD

二、填空题：

13　-2　14. $[1,+\infty)$　15. $a\le -2^{1+\sqrt{2}}$　16.①③④

三、解答题：本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17（本小题满分10分）

(1)解：$\dfrac{m+m^{-1}-2}{m^{\frac{1}{2}}-m^{-\frac{1}{2}}}=\dfrac{\left(m^{\frac{1}{2}}-m^{-\frac{1}{2}}\right)^2}{m^{\frac{1}{2}}-m^{-\frac{1}{2}}}=m^{\frac{1}{2}}-m^{-\frac{1}{2}}$　……………………………………5分

(2)解：原式$=\dfrac{1}{4}-\dfrac{3}{2}+1+(\lg 5)^2+\lg 2\cdot(\lg 5+1)$

$=-\dfrac{1}{4}+\lg 5(\lg 5+\lg 2)+\lg 2$

$=-\dfrac{1}{4}+1=\dfrac{3}{4}$　…………………………………………………… 10分

18.（本小题满分12分）

解：（1）$A=\left\{x\left|2^x\le 4\right.\right\}=\left\{x\left|x\le 2\right.\right\}$

由$f(x)=\dfrac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{\lg x}}$得$\begin{cases}4-x\ge 0\\ \lg x>0\end{cases}$，$1<x\le 4$

所以$B=\left\{x\left|1<x\le 4\right.\right\}$，$\complement_U B=\left\{x\left|x\le 1\text{或}x>4\right.\right\}$

$A\cap(\complement_U B)=\left\{x\left|x\le 1\right.\right\}$　……………………………………6分

（2）$\because B\cap C=C$，$\therefore C\subseteq B$

当$C=\varnothing$时，此时$4-a\ge a$，即$\left\{a\left|a\le 2\right.\right\}$符合题意；……………………………………8分

当$C\ne\varnothing$时，$a>2$，

$\because C\subseteq B$，$\therefore\begin{cases}4-a\ge 1\\ a\le 4\end{cases}$；解得：$2<a\le 3$

综上所述实数a的取值范围是$a\le 3$ ……………………………………12 分

19（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意得，$c=0$，

$\because f(x+1)-f(x)=2x-1\ \therefore a(x+1)^2+b\left(x+1\right)-ax^2-bx=2x-1$，

$\therefore a=1,\ b=-2$. 所以 $f(x)=x^2-2x$. ……………………………………5 分

（2）$g(x)=x^2-2x-2tx+2=x^2-2(t+1)x+2$，$x\in\left[1,+\infty\right)$，

对称轴方程为：$x=t+1$，

①当$t+1\le 1$时，即$t\le 0$，$g(x)_{\min}=g(1)=1-2t$，

②当$t+1>1$时，即$t>0$，$g(x)_{\min}=g(t+1)=-t^2-2t+1$，

综上，$g(x)_{\min}=\begin{cases}1-2t,t\le 0\\ -t^2-2t+1,t>0\end{cases}$. ……………………………………12 分

20（本小题满分 12 分）

解：（1）设每年降到百分比为$x\left(0<x<1\right)$，

则$a\left(1-x\right)^{20}=\dfrac{1}{2}a$，$x=1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{20}}$. ……………………………………4 分

（2）设经过n年剩余为原来的$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

则$a\left(1-x\right)^{n}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$，即$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{n}{20}}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$，$\dfrac{n}{20}=\dfrac{1}{2}$，$n=10$

到今年为止，已砍伐了10年 ……………………………………8 分

（3）设从今年开始，以后砍伐了n年，则n年后剩余为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\left(1-x\right)^{n}$，

令$\frac{\sqrt{2}}{2}a\left(1-x\right)^{n}\geq\frac{1}{4}a$，即$\left(1-x\right)^{n}\geq\frac{\sqrt{2}}{4}$，$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{20}}\geq\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$，$n\leq 30$.

故今后最多还能砍伐30年. ……………………………………12 分

21.（本题满分 12 分）

（1）当$a=2$时，$f(x)=\log_2(1+2x)$

所以$g(x)=\log_2(1+2x)-\log_2(1-2x)$

由$\begin{cases}1+2x>0\\1-2x>0\end{cases}$得，$-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$，所以函数$g(x)$的定义域为$(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$， ………………3 分

所以定义域关于原点对称

又因为$g(-x)=\log_2(1-2x)-\log_2(1+2x)=-g(x)$

所以函数$g(x)$为奇函数……………………………………………………………………5 分

（3）不存在

假设存在实数a

令$u=1+ax$，$\because a>0且a\neq 1$，所以$u=1+ax$在$[-4,-2]$上单调递增，

$\because$函数$f(x)$在$[-4,-2]$递减，由复合函数的单调性可知$0<a<1$，………………8 分

$\because$函数$f(x)$在$[-4,-2]$的最小值为 1，

所以$\begin{cases}0<a<1\\1-4a>0\\f(-2)=\log_a(1-2a)=1\end{cases}$ 所以$\begin{cases}0<a<1\\a<\frac{1}{4}\\1-2a=a\end{cases}$， 所以$\begin{cases}0<a<1\\a<\frac{1}{4}\\a=\frac{1}{3}\end{cases}$ 所以a无解

所以不存在实数a满足题意。……………………………………………………………12分

22（本小题满分 12 分）

解：（1）$\because f(1)=3,\therefore a=1,\therefore f(x)=\frac{2x^2+1}{x}$任取$x_1,x_2\in(-\infty,0)$，且$x_1<x_2<0$，则

$f(x_2)-f(x_1)=2x_2+\frac{1}{x_2}-(2x_1+\frac{1}{x_1})=\left(x_2-x_1\right)\left(2-\frac{1}{x_1x_2}\right)$,

①当 $x_1<x_2\le-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$x_1x_2>x_2{}^2\ge\frac{1}{2}\therefore 2-\frac{1}{x_1x_2}>0$，又 $x_2-x_1>0$

$\therefore f(x_2)-f(x_1)>0$，$\therefore f(x_2)>f(x_1)$

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2})$ 上单调递增；……………………………………3 分

② $-\frac{\sqrt{2}}{2}<x_1<x_2<0$ 时，$0<x_1x_2<x_1{}^2<\frac{1}{2}\ 2-\frac{1}{x_1x_2}<0$，又 $x_2-x_1>0$

$\therefore f(x_2)-f(x_1)<0\ \therefore f(x_2)<f(x_1)$

$\therefore f(x)$ 在 $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$ 上单调递减.

$\therefore f(x)$ 在 $\left(-\infty,0\right)$ 的单调递增区间是 $\left(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，单调递减区间是 $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$…………6 分

（2）$\because f(x)=x+b,\therefore x^2-bx+1=0,\ \left|x_1-x_2\right|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{b^2-4}$

又 $2\le b\le\sqrt{13}\ \therefore 0\le\left|x_1-x_2\right|\le 3$，

故只须当 $t\in\left[0,1\right]$，使 $m^2+mt+1\ge 3$ 恒成立，……………………………………8 分

记 $g(t)=mt+m^2-2$ 只须：$\begin{cases}g(0)\ge 0\\g(1)\ge 0\end{cases}\therefore\begin{cases}m^2-2\ge 0\\m^2+m-2\ge 0\end{cases}$

$\therefore m\le-2或m\ge\sqrt{2}$

故存在实数 m 符合题意，取值范围是 $(-\infty,-2]\cup[\sqrt{2},+\infty)$ ……………………………12 分