2018年秋高一(上)期末测试卷
数　学

数学测试卷共4页。满分150分。考试时间120分钟。

注意事项：

1. 本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号框。写在本试卷上无效。
3. 回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个备选项中，只有一项是符合题目要求的．

（1） 已知集合 $A=\{1，2，3，4\}$，$B=\{x\,|\,x(x-2)>0\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{1，2\}$　（B）$\{2，3\}$　（C）$\{3，4\}$　（D）$\{1，4\}$

（2） 已知扇形的半径为2，圆心角为$\dfrac{2\pi}{3}$，则扇形的面积为

（A）π　（B）$\dfrac{4}{3}\pi$　（C）2π　（D）$\dfrac{8}{3}\pi$

（3） 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{4-x}}{x-2}+\log_2(x-1)$ 的定义域为

（A）$(1，4)$　（B）$(2，4)$　（C）$(1，2)\cup(2，4)$　（D）$(1，2)\cup(2，4]$

（4） 已知 $\log_5(\log_2 x)=1$，则 $x=$

（A）4　（B）16　（C）32　（D）64

（5） 已知 $\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=3$，则 $\tan\alpha=$

（A）-3　（B）-2　（C）2　（D）3

（6） 已知 $x<y$，则下列不等式一定成立的是

（A）$\dfrac{1}{x}>\dfrac{1}{y}$　（B）$x^2<y^2$　（C）$\dfrac{1}{3^x}<\dfrac{1}{3^y}$　（D）$x^{\frac{1}{3}}<y^{\frac{1}{3}}$

（7） 要得到函数 $y=\sin 2x$ 的图象，只需将函数 $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$ 的图象

（A）向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度　　（B）向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度

（C）向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度　　（D）向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度

（8） 已知 $a=2^{0.8}$，$b=\log_2 5$，$c=\sin 1-\cos 1$，则 a，b，c 的大小关系是

（A）$a>b>c$　　（B）$b>a>c$　　（C）$c>b>a$　　（D）$b>c>a$

（9） 下列函数中最小正周期为 π，且在 $(0,\dfrac{\pi}{4})$ 上单调递增的是

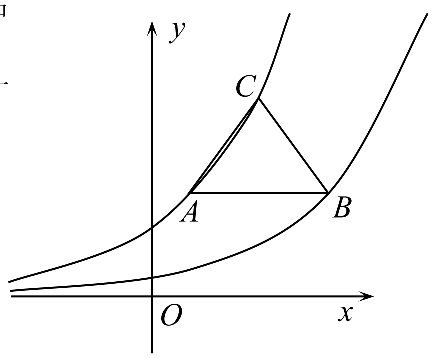
（A）$y=1-2\cos^2 x$　　（B）$y=|\sin 2x|$

（C）$y=\cos 2x$　　（D）$y=\sin x+\cos x$

（10）已知奇函数 $y=f(x)$ 对任意 $x\in R$ 都有 $f(2+x)=f(-x)$，$f(1)=2$，则 $f(2018)+f(2019)$ 的值为

（A）-2　　（B）0　　（C）2　　（D）4

（11）如图，点 A，C 是函数 $f(x)=2^x$ 图象上两点，将 $f(x)$ 的图象向右平移两个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，点 B 为 $g(x)$ 图象上一点，若 $AB\,/\!/\,x$ 轴且 ΔABC 为等边三角形，则 A 点的横坐标为



（A）$\dfrac{1}{2}$　　（B）$\log_2\sqrt{3}$

（C）1　　（D）$\log_2 3$

（12）已知函数 $f(x)=\begin{cases}|x+1|, & x\leqslant 0,\\ |\lg x|, & x>0.\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)=a$ 有四个不同的根 x_1，x_2，x_3，x_4，且 $x_1<x_2<x_3<x_4$，则 $-2(x_1+x_2)x_3+\dfrac{1}{x_3^2x_4}$ 的取值范围是

（A）$[4,5]$　　（B）$[4,5)$　　（C）$[4,\dfrac{52}{5}]$　　（D）$[4,\dfrac{52}{5})$

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

（13）角 α 的终边上有一点 $P(5,-12)$，则 $\sin\alpha=$________.

（14）已知集合 $A=\{x\,|\,x^2-x-6<0,\ x\in Z\}$，则集合 A 中所有元素之和为________.

（15）已知α，β均为锐角，$\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$\cos(\beta+\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{1}{3}$，则$\cos(\alpha+\beta)=$________.

（16）若$[x]$表示不超过实数x的最大整数，比如：$[0.2]=0$，$[2.3]=2$，$[-1.6]=-2$．已知$x\in[0，3]$，$\sin([x]x)+\cos([x]x)=1$，则x的取值范围是________.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分 10 分）

已知集合$A=\{x\,|\,1\leqslant 2^x\leqslant 4\}$，$B=\{x\,|\,(x-a)(x-2)\leqslant 0\}$．

（Ⅰ）求A；

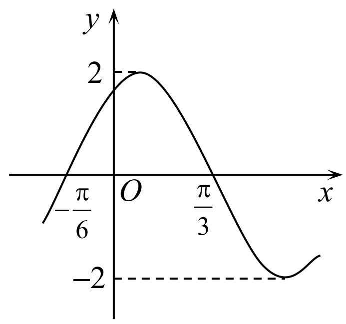
（Ⅱ）若$A\cap B=B$，求实数a的取值范围.

（18）（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A>0，\omega>0，0<\varphi<\pi)$的部分图象如图所示.

（Ⅰ）求$f(x)$的解析式；

（Ⅱ）若$\alpha\in(\dfrac{\pi}{12}，\dfrac{\pi}{3})$，$f(\alpha)=\dfrac{1}{3}$，求$\cos(2\alpha+\dfrac{\pi}{3})$的值.



（19）（本小题满分 12 分）

计算：（Ⅰ）$\dfrac{\sin 320^\circ-\sin 220^\circ-\tan 400^\circ}{\tan 320^\circ+\cos 40^\circ+\cos 140^\circ}$；

（Ⅱ）$2^{\log_4(1-\lg 3)^2}+\lg 30$.

(20)（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^2-mx+1$.

（Ⅰ）若 $f(x)$ 在 x 轴正半轴上有两个不同的零点，求实数 m 的取值范围；

（Ⅱ）当 $x\in[1，2]$ 时，$f(x)>-1$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

(21)（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\sin ax+\sqrt{3}\cos ax\ (a>0)$ 与 $g(x)=\tan(mx+\dfrac{\pi}{6})\ (0<m<1)$ 的最小正周期相同，且 $g(1)=1$.

（Ⅰ）求 m 及 a 的值；

（Ⅱ）若 $y=f(\omega x)\ (\omega>0)$ 在 $(0，\dfrac{\pi}{3})$ 上是单调递增函数，求 ω 的最大值.

(22)（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\log_a\dfrac{x-3}{x+3}\ (a>0$ 且 $a\neq 1)$.

（Ⅰ）若 $a>1$，求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）若存在实数 $m，n\ (m<n)$ 及 a，使得 $f(x)$ 在区间 $(m，n)$ 上的值域为 $(1+\log_a(n-1)，1+\log_a(m-1))$，分别求 m 和 a 的取值范围.

2018年秋高一(上)期末测试卷

数学　参考答案

一、选择题

1～6 CBDCCD　　　7～12 DBAABC

第（1）题解析：$B=\{x\,|\,x>2$ 或 $x<0\}$，则 $A\bigcap B=\{3,\ 4\}$

第（2）题解析：面积 $S=\dfrac{\frac{2\pi}{3}}{2\pi}\times\pi\times 2^2=\dfrac{4\pi}{3}$

第（3）题解析：定义域为 $(1,\ 2)\bigcup(2,\ 4]$

第（4）题解析：$\log_2 x=5,\ x=2^5=32$

第（5）题解析：$\sin\alpha+\cos\alpha=3\sin\alpha-3\cos\alpha,\ \sin\alpha=2\cos\alpha,\ \tan\alpha=2$

第（6）题解析：令 $x=-1,\ y=0$，则 A、B、C 均错误

第（7）题解析：$\sin 2x=\sin(2(x-\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{3})$，故将 $\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度可得 $\sin 2x$ 图象

第（8）题解析：$\sqrt{2}<a<2$，$b>2$，$c=\sqrt{2}\sin(1-\frac{\pi}{4})<\sqrt{2}$

第（9）题解析：$y=1-2\cos^2 x=-\cos 2x$　满足在 $(0,\ \frac{\pi}{4})$ 递增

第（10）题解析：由 $f(2+x)=-f(x)$ 知函数 $f(x)$ 周期为 4，所以 $f(2018)=f(2)=f(2+0)=f(0)=0$，

$f(2019)=f(3)=f(2+1)=f(-1)=-f(1)=-2$

第（11）题解析：设 $A(x_0,\ 2^{x_0})$，由等边三角形边长为 2，所以 $C(x_0+1,\ 2^{x_0}+\sqrt{3})$

又点 C 在 $y=2^x$ 图象上，所以 $2^{x_0+1}=2^{x_0}+\sqrt{3}$，即 $2^{x_0}=\sqrt{3}$，$x_0=\log_2\sqrt{3}$

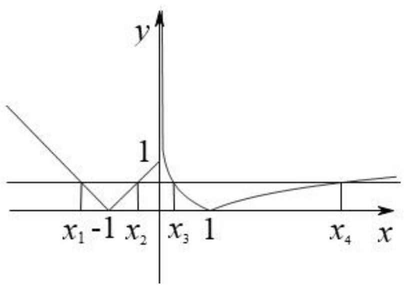
第（12）题解析：如图可知 $x_1+x_2=-2$

$f(x_3)=|\lg x_3|=-\lg x_3=\lg x_4=f(x_4)$

$\lg x_3+\lg x_4=0$，$x_3x_4=1$

$0<|\lg x_3|\leqslant 1\Rightarrow\dfrac{1}{10}\leqslant x_3<1$

即求 $4x_3+\dfrac{1}{x_3}$ 在 $[\dfrac{1}{10},\ 1)$ 上的值域



二、填空题

（13）$-\dfrac{12}{13}$　　　（14）2　　　（15）$-\dfrac{\sqrt{6}}{9}$　　　（16）$[0,\ 1)\bigcup\{\dfrac{\pi}{2}\}$

第（13）题解析：$\sin\alpha=-\dfrac{12}{13}$

第（14）题解析：集合 $A=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$，故 A 中所有元素之和为 2

第（15）题解析：由α，β都是锐角，且$\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})>0$，知$\alpha-\frac{\pi}{6}\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\beta+\frac{\pi}{6}\in(0,\pi)$，

所以$\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{6}}{3}$，$\sin(\beta+\frac{\pi}{6})=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，又$\cos(\alpha+\beta)=\cos(\alpha-\frac{\pi}{6}+\beta+\frac{\pi}{6})$

$=\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})\cos(\beta+\frac{\pi}{6})-\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})\sin(\beta+\frac{\pi}{6})=-\frac{\sqrt{6}}{9}$

第（16）题解析：$\sin([x]x+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$[x]x+\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{\pi}{4}$或$2k\pi+\frac{3\pi}{4}$，$k\in Z$

即$[x]x=2k\pi$或$2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$

当$x\in[0,1)$时，$[x]=0$显然满足上式；

当$x\in[1,2)$时，$[x]=1$，$x=2k\pi$或$2k\pi+\frac{\pi}{2}$，由$x\in[1,2)$得$x=\frac{\pi}{2}$；

当$x\in[2,3)$时，$[x]=2$，$x=k\pi$或$k\pi+\frac{\pi}{4}$，但$x\in[2,3)$，没有整数k使得x满足前两式；

显然$x=3$不是解，所以$x\in[0,1)\cup\{\frac{\pi}{2}\}$

三、解答题

（17）（本小题满分 10 分）

解：（Ⅰ）$A=\{x\,|\,0\leqslant x\leqslant 2\}$ ……………………………………………………………（4 分）

（Ⅱ）当$a>2$时，$B=\{x\,|\,2\leqslant x\leqslant a\}$；$A\cap B\neq B$ ……（6 分）

当$a<2$时，$B=\{x\,|\,a\leqslant x\leqslant 2\}$；由$A\cap B=B$，$B\subseteq A$，$\therefore 0\leqslant a<2$ …………（8 分）

当$a=2$时，$B=\{2\}$，显然$A\cap B=B$

综上，$a\in[0,2]$ ……………………………………………………………………（10 分）

（18）（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）显然$A=2$ ……………………………………………………………………（1 分）

设最小正周期为T，由题$\frac{T}{2}=\frac{\pi}{3}-(-\frac{\pi}{6})=\frac{\pi}{2}$，

$\therefore T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$，$\omega=2$ ……………………………………………………………（3 分）

$\because f(x)$经过点$(-\frac{\pi}{6},0)$，$\therefore 2\cdot(-\frac{\pi}{6})+\varphi=2k\pi$，$k\in Z$，

$\because \varphi\in(0,\pi)$，$\therefore \varphi=\frac{\pi}{3}$ ……………………………………………………………（5 分）

$\therefore f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ ……………………………………………………………（6 分）

（Ⅱ）$f(\alpha)=2\sin(2\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{3}$，$\sin(2\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{6}$

$\because \alpha\in(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3})$，$2\alpha+\frac{\pi}{3}\in(\frac{\pi}{2},\pi)$

$\therefore \cos(2\alpha+\frac{\pi}{3})<0$ ……………………………………………………………（9 分）

$\therefore \cos(2\alpha+\frac{\pi}{3})=-\sqrt{1-\sin^2(2\alpha+\frac{\pi}{3})}=-\frac{\sqrt{35}}{6}$ ……………………………………………（12 分）

（19）（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）原式$=\frac{\sin(360^\circ-40^\circ)-\sin(180^\circ+40^\circ)-\tan(360^\circ+40^\circ)}{\tan(360^\circ-40^\circ)+\cos 40^\circ+\cos(180^\circ-40^\circ)}$ ……………（2 分）

$=\frac{-\sin 40^\circ+\sin 40^\circ-\tan 40^\circ}{-\tan 40^\circ+\cos 40^\circ-\cos 40^\circ}$ ……………………………………………（5 分）

$=1$ ……………………………………………………………………（6 分）

（Ⅱ）原式$=2^{\log_{2^2}(1-\lg 3)^2}+\lg 30$

$=2^{\log_2(1-\lg 3)}+\lg 30$ ……………………………………………………（8 分）

$=1-\lg 3+\lg 30$ …………………………………………………………（10 分）

$=1+\lg\frac{30}{3}=2$ ………………………………………………………（12 分）

（20）（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由题知 $x^2-mx+1=0$ 有两个不等正根，则 $\Delta=m^2-4>0$ 且 $m>0$，$\therefore m>2$；　……6 分

（Ⅱ）$x^2-mx+1>-1$ 恒成立即 $mx<x^2+2$ 恒成立，……8 分

又 $x\in[1,2]$，故 $m<x+\frac{2}{x}$ 在 $x\in[1,2]$ 上恒成立即可……9 分

又 $y=x+\frac{2}{x}$ 在 $x\in[1,2]$ 上的值域为 $[2\sqrt{2},3]$……11 分

故 $m<2\sqrt{2}$.……12 分

（21）（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由题 $g(1)=\tan(m+\frac{\pi}{6})=1$

$\therefore m+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{4}$，$k\in Z$

$\therefore m=k\pi+\frac{\pi}{12}$，$k\in Z$，由 $m\in(0,1)$ 得 $m=\frac{\pi}{12}$ ……………………………………（3 分）

$f(x)=2\sin(ax+\frac{\pi}{3})$

又 $f(x)$，$g(x)$ 最小正周期相同，$\frac{2\pi}{a}=\frac{\pi}{m}$，得 $a=\frac{\pi}{6}$ ……………………………………（6 分）

（Ⅱ）$f(x)=2\sin(\frac{\pi}{6}x+\frac{\pi}{3})$，$f(\omega x)=2\sin(\frac{\pi}{6}\omega x+\frac{\pi}{3})$

令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant\frac{\pi}{6}\omega x+\frac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$

得 $\frac{12k-5}{\omega}\leqslant x\leqslant\frac{12k+1}{\omega}$，即 $[\frac{12k-5}{\omega},\frac{12k+1}{\omega}]$ 为 $f(x)$ 的单调递增区间……………（8 分）

由题，$\dfrac{12k-5}{\omega}\leqslant 0$ 且 $\dfrac{\pi}{3}\leqslant\dfrac{12k+1}{\omega}$，$k\in Z$

由 $\omega>0$，得 $12k-5\leqslant 0$ 且 $0<12k+1$，解得 $-\dfrac{1}{12}<k<\dfrac{5}{12}$，$k=0$……………（10 分）

$\dfrac{\pi}{3}\leqslant\dfrac{1}{\omega}\Rightarrow\omega\leqslant\dfrac{3}{\pi}$，即 ω 的最大值为 $\dfrac{3}{\pi}$ ………………………………（12 分）

（22）（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）$f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

$f(x)=\log_a(\dfrac{x+3-6}{x+3})=\log_a(1-\dfrac{6}{x+3})$ ……………………………………………（3 分）

当 $x\in(-\infty,-3)$ 或 $x\in(3,+\infty)$ 时，$1-\dfrac{6}{x+3}$ 单调递增

又 $a>1$，所以 $f(x)=\log_a(1-\dfrac{6}{x+3})$ 在 $(-\infty,-3)$ 和 $(3,+\infty)$ 上单调递增. …………（6 分）

（Ⅱ）由题 $\log_a(n-1)<\log_a(m-1)$ 且 $m<n$，得 $0<a<1$ …………………………（7 分）

又 $m,n>1$ 结合 $f(x)$ 的定义域知 $m,n>3$

由 $0<a<1$，所以 $f(x)=\log_a(1-\dfrac{6}{x+3})$ 在 $(3,+\infty)$ 上单调递减

$\therefore f(x)$ 在 (m,n) 的值域为 $(f(n),f(m))$

即 $\begin{cases} f(m)=\log_a(\dfrac{m-3}{m+3})=1+\log_a(m-1) \\ f(n)=\log_a(\dfrac{n-3}{n+3})=1+\log_a(n-1) \end{cases}$ ……………………………………………（9 分）

即 $\dfrac{m-3}{m+3}=a(m-1)$ 且 $\dfrac{n-3}{n+3}=a(n-1)$

即 $a(x-1)(x+3)=x-3$ 在 $(3,+\infty)$ 有两个不相等的实数根

即 $\dfrac{1}{a}=\dfrac{(x-1)(x+3)}{x-3}$ 在 $(3,+\infty)$ 有两个不相等的实数根

令 $t=x-3>0$

即 $\dfrac{1}{a}=\dfrac{(t+2)(t+6)}{t}=t+\dfrac{12}{t}+8$ 在 $(0,+\infty)$ 有两个不相等的实数根

$\therefore\dfrac{1}{a}>8+4\sqrt{3}$，$0<a<\dfrac{2-\sqrt{3}}{4}$ ……………………………………………………（11 分）

又 $m<n$，$\therefore t_1=m-3<2\sqrt{3}$，$3<m<3+2\sqrt{3}$ ……………………………（12 分）