

2018 学年敬业中学高一第一学期数学期终考试试卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、填空 (12*3=36)

1. 把 $a^0 = 1 (a > 0, a \neq 1)$ 写成对数式是 _____ ;

2. 函数 $y = \log_2(x-1)$ 的反函数是 _____ ;

3. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 \leq 0\}$, $B = \{x | |2x-1| > 3\}$ 则集合 $A \cap B$ _____ ;

4. 函数 $y = x^2 - 2ax + a^2 - 1$ 在 $(-\infty, 1)$ 上是减函数, 则实数 a 的取值范围是 _____ ;

5. 已知 $a^{-0.1} < a^{0.1}$, 则实数 $a \in$ _____ ;

6. 函数 $y = a^{x-1} + 3$ 恒过定点 _____ ;

7. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - 2, & (x \leq 0) \\ \frac{1}{x^2}, & (x > 0) \end{cases}$, 若 $f(x_0) = 2$, 则 x_0 的值为 _____ ;

8. 已知函数 $f(x) = \lg x$, 若 $f(ab) = 1$, 则 $f(a^2) + f(b^2) =$ _____ ;

9. 若函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(0, 1)$, 则函数 $f(x+3)$ 的反函数的图象必经过点 _____ ;

10. 已知实数 x, y 满足 $x^2 + 4y^2 = 4x$, 求 $x^2 + y^2$ 的值域 _____ ;

11. 方程 $ax^2 - 2x - 1 = 0$ 至少有一个负实数根的充要条件是 _____ ;

12. 对于任意实数 x , $\langle x \rangle$ 表示不小于的最小整数, 如 $\langle 1.2 \rangle = \langle -0.2 \rangle = 0$, 定义在 R 上的函数

$f(x) = \langle x \rangle + \langle 2x \rangle$, 若集合 $A = \{y | y = f(x), -1 \leq x \leq 0\}$, 则集合 A 中所有元素的和为 _____

二、选择题 (4*6=16 分)

13. 对于集合 M 和 P , “ $x \in M \cup P$ ” 是 “ $x \in M \cap P$ ” 的…………… ()

- (A) 充分不必要条件
- (B) 必要不充分条件
- (C) 充要条件
- (D) 既不充分也不必要条件

14. 关于函数 $f(x) = \frac{3}{x^2 - 2}$ 的下列判断，其中正确的是 ()

- (A) 函数的图像是轴对称图形
- (B) 函数的图像是中心对称图形
- (C) 函数有最大值
- (D) 当 $x > 0$ 时， $y = f(x)$ 是减函数

15. 以下关于函数 $y = \lg(1-x)$ 的说法正确的是..... ()

- (A) 定义域是 $(0, +\infty)$
- (B) 值域是 $(0, +\infty)$
- (C) 在定义域上单调递增
- (D) 在定义域上单调递减

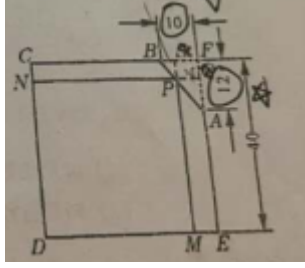
16. 如果函数 $f(x) = |\lg|2x - 1||$ 在定义域的某个子区间 $(k-1, k+1)$ 上不存在反函数，则 k 的取值范围..... ()

- (A) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 2\right)$
- (B) $\left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right)$
- (C) $\left[-1, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 2\right)$
- (D) $\left(-1, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}, 2\right)$

三、解答题:(48分)

17、(6分) 已知幂函数 $y = x^{m^2 - 2m - 3}$ ($m \in Z$) 的图像与 x 、 y 轴都无交点，且关于 y 轴对称，求 m 的值

18、(6分) 有一块铁皮零件，它的形状是由边长为 40cm 的正方形 $CDEF$ 截去一个三角形 ABF 所得的五边形 $ABCDE$ ，其中 AF 长等于 12cm， BF 等于 10cm，如图所示。现在需要截取矩形铁皮，使得矩形相邻两边在 CD, EF 上。在 AB 上取一点 P ，过 P 作 CD, DE 的平行线，得矩形 $PNDM$ ，延长 NP, MP ，分别与 EF, CF 交于点 Q, S 。当 $PQ = x$ 时，求截得的矩形面积 y 的最大值？ (图中单位: cm)



19、(12分)已知函数 $f(x) = \log_a \frac{1+x}{1-x}$ ($a > 0, a \neq 1$).

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 当 $a = 2$ 时, 解方程 $f(x) = \log_2 \frac{1}{x+1}$

(3) 当 $a > 1$ 时, 求使 $f(x) > 0$ 的 x 的取值范围.

20、(10分) 已知函数 $f(x) = ax^2 + (b-8)x - a - ab$, 当 $x \in (-3, 2)$ 时, $f(x) > 0$, 当 $x \in (-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$ 时 $f(x) < 0$

(1) 求函数 $f(x)$ 在 $x \in [0, 1]$ 时的值域;

(2) 关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 的解集为 R , 求实数 c 的取值范围.

21、(14分) 已知函数 $f(x) = a - \frac{2}{2^x + 1}$ (常数 $a \in R$)

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) 判断函数 $f(x)$ 的单调性, 并给出证明;

(3) 当 $f(x)$ 为奇函数时, 若对任意的 $x \in [2, 3]$, 都有 $f(x) \geq \frac{m}{2^x}$ 成立, 求 m 的最大值.