

## 高一数学试题

### 注意事项:

1. 本试卷共 4 页,总分 150 分,时间 120 分钟;
2. 答卷前,务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡相应位置处;
3. 第 I 卷选择题必须使用 2B 铅笔填涂,第 II 卷非选择题必须使用 0.5 毫米黑色墨水签字笔书写,涂写要工整、清晰;
4. 考试结束,监考员将试题卷、答题卡一并收回。

### 第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 直线  $x + y = 2$  在  $x$  轴上的截距为

- A. 2                                      B. 1                                      C. -2                                      D. -1

2. 已知集合  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $N = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ , 则  $M \cap N =$

- A.  $\{1\}$                                       B.  $\{1, 2\}$                                       C.  $\{2\}$                                       D.  $(1, 2)$

3. 若指数函数  $f(x) = (a - 1)^x$  在  $\mathbf{R}$  上是增函数, 则  $a$  的取值范围是

- A.  $0 < a < 1$                                       B.  $a > 1$                                       C.  $a > 2$                                       D.  $1 < a < 2$

4. 函数  $f(x) = x^3 - 9$  的零点所在的区间是

- A.  $(-1, 0)$                                       B.  $(0, 1)$                                       C.  $(1, 2)$                                       D.  $(2, 3)$



## 第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

### 二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 函数  $f(x) = \sqrt{x-1}$  的定义域为 \_\_\_\_\_.

14. 若直线  $ax - y + 1 = 0$  与直线  $(a-1)x + y = 0$  平行, 则实数  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

15. 用与球心距离为 1 的平面去截球, 所得截面的面积为  $\pi$ , 则该球的表面积为 \_\_\_\_\_.

16. 若函数  $f(x) = 3^x(x+a) - 1$  在  $(0, +\infty)$  上有零点, 则实数  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知直线  $2x - y + 2 = 0$  与直线  $ax + 4y - 2 = 0$  互相垂直.

(I) 求实数  $a$  的值;

(II) 求两条直线的交点坐标.

18. (本小题满分 12 分)

已知对数函数  $f(x) = \log_a x$  的图像经过点  $(\frac{1}{8}, 3)$ .

(I) 求  $f(x)$  的解析式;

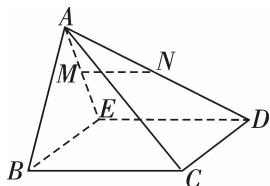
(II) 若  $f(x) > 1$ , 求  $x$  的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥  $A-BCDE$  中, 底面  $BCDE$  为正方形, 平面  $ABE \perp$  平面  $BCDE$ ,  $AB = AE = BE$ , 点  $M, N$  分别是  $AE, AD$  的中点. 求证:

(I)  $DE \perp$  平面  $ABE$ ;

(II)  $MN \parallel$  平面  $ABC$ .



(第 19 题图)

20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{x}{x-a}$ ,  $a \in \mathbf{R}$ .

(I) 若  $a = -2$ , 用函数单调性的定义证明:  $f(x)$  在  $(-\infty, -2)$  上是增函数;

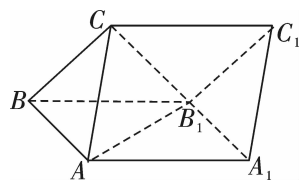
(II) 若  $a > 0$ , 且  $f(x)$  在区间  $(-1, a)$  上的值域是  $(-\infty, \frac{1}{2})$ , 求  $a$  的值.

21. (本小题满分 12 分)

如图, 三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的侧面  $ABB_1A_1$  为正方形, 侧面  $BB_1C_1C$  为菱形,  $\angle CBB_1 = 60^\circ$ ,  $AB \perp B_1C$ .

(I) 求证: 平面  $ABB_1A_1 \perp$  平面  $BB_1C_1C$ ;

(II) 若  $AB = 2$ , 求三棱锥  $B_1 - ABC$  的体积.



(第 21 题图)

22. (本小题满分 12 分)

已知圆  $C$  过点  $(1, 1)$ , 圆心  $C$  在  $x$  轴正半轴上, 且圆  $C$  与直线  $y = x - 4$  相切.

(I) 求圆  $C$  的标准方程;

(II) 若过点  $P(1, 3)$  的直线  $l$  交圆  $C$  于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = 2$ , 求直线  $l$  的方程.

# 蓝田县 2018 ~ 2019 学年度第一学期期末教学检测

## 高一数学试题参考答案及评分标准

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. A   2. B   3. C   4. D   5. D   6. B   7. C   8. B   9. A   10. D   11. A   12. C

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13.  $[1, +\infty)$    14.  $\frac{1}{2}$    15.  $8\pi$    16.  $(-\infty, 1)$

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 解:( I ) ∵ 直线  $2x - y + 2 = 0$  与直线  $ax + 4y - 2 = 0$  互相垂直,

$$\therefore 2 \cdot \left(-\frac{a}{4}\right) = -1, \text{ 解得 } a = 2. \quad \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$( \text{ II } ) \text{ 由 } \begin{cases} 2x - y + 2 = 0 \\ 2x + 4y - 2 = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } x = -\frac{3}{5}, y = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \text{ 两条直线的交点坐标为 } \left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right). \quad \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

18. 解:( I ) ∵ 函数  $f(x)$  的图像经过点  $\left(\frac{1}{8}, 3\right)$ ,

$$\therefore \log_a \frac{1}{8} = 3, \text{ 解得 } a = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \text{ 函数 } f(x) \text{ 的解析式为 } f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x. \quad \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$( \text{ II } ) \because f(x) > 1, \therefore \log_{\frac{1}{2}} x > 1, \text{ 即 } \log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}.$$

$$\because f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x \text{ 在 } (0, +\infty) \text{ 上单调递减}, \therefore x < \frac{1}{2},$$

$$\text{又 } x > 0, \therefore x \in \left(0, \frac{1}{2}\right). \quad \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

19. 解:( I ) ∵ 底面  $BCDE$  为正方形,  $\therefore DE \perp BE$ ,

∵ 平面  $ABE \perp$  平面  $BCDE$ , 平面  $ABE \cap$  平面  $BCDE = BE$ ,

∴  $DE \perp$  平面  $ABE$ .  $\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

( II ) ∵ 点  $M, N$  分别是  $AE, AD$  的中点,  $\therefore MN \parallel DE$ ,

∵ 底面  $BCDE$  为正方形,

∴  $BC \parallel DE, \therefore MN \parallel BC$ ,

∴  $MN \parallel$  平面  $ABC$ .  $\dots\dots\dots (12 \text{ 分})$

20. 解:( I ) 当  $a = -2$  时,  $f(x) = \frac{x}{x+2}$ ,

$$\text{任取 } x_1 < x_2 < -2, \text{ 则 } f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1}{x_1+2} - \frac{x_2}{x_2+2} = \frac{2(x_1 - x_2)}{(x_1+2)(x_2+2)}$$

$$\because x_1 - x_2 < 0, x_1 + 2 < 0, x_2 + 2 < 0, \therefore f(x_1) - f(x_2) < 0,$$

∴  $f(x)$  在  $(-\infty, -2)$  上是增函数.  $\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

$$( \text{ II } ) \text{ 根据题意 } f(x) = \frac{x}{x-a} = 1 + \frac{a}{x-a},$$

由  $a > 0$ , 得  $f(x)$  在  $(-1, a)$  上为减函数,

若  $f(x)$  在  $(-1, a)$  上的值域是  $(-\infty, \frac{1}{2})$ ,

$$\text{则 } f(-1) = 1 + \frac{a}{-1-a} = \frac{1}{2}, \text{ 解得 } a = 1. \quad \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

21. 解:( I )由侧面  $ABB_1A_1$  为正方形,知  $AB \perp BB_1$ ,  
 又  $AB \perp B_1C, BB_1 \cap B_1C = B_1$ ,  
 $\therefore AB \perp$  平面  $BB_1C_1C$ ,  
 又  $AB \not\subset$  平面  $ABB_1A_1$ ,  
 $\therefore$  平面  $ABB_1A_1 \perp$  平面  $BB_1C_1C$ . ..... (6分)

( II ) $\because$  侧面  $ABB_1A_1$  为正方形,  $AB = 2$ ,  
 $\therefore BB_1 = AB = 2$ ,  
 $\because$  侧面  $BB_1C_1C$  为菱形,  $\angle CBB_1 = 60^\circ$ ,  
 $\therefore \triangle BB_1C$  为等边三角形,

$$\therefore S_{\triangle BB_1C} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

由( I )知,  $AB \perp$  平面  $BB_1C_1C$ ,  
 故  $AB$  为三棱锥  $A - BB_1C$  的高,

$$\therefore V_{B_1-ABC} = V_{A-BB_1C} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BB_1C} \cdot AB = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \dots\dots (12分)$$

22. 解:( I )由题意设圆心  $C$  的坐标为  $(a, 0) (a > 0)$ ,

由题意知,  $\sqrt{(a-1)^2 + (0-1)^2} = \frac{|a-4|}{\sqrt{2}}$ , 解得  $a = -6$  (舍) 或  $a = 2$ .

$$\therefore \text{圆 } C \text{ 的半径 } r = \frac{|2-4|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

$\therefore$  圆  $C$  的标准方程为  $(x-2)^2 + y^2 = 2$ . ..... (6分)

( II )若直线  $l$  的斜率不存在, 则直线  $l$  的方程为  $x = 1$ ,

$\therefore$  圆心  $C$  到直线  $l$  的距离  $d = 1$ ,

$$\therefore |AB| = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2, \text{ 符合题意};$$

若直线  $l$  的斜率存在, 设直线  $l$  的方程为  $y - 3 = k(x - 1)$ , 即  $kx - y - k + 3 = 0$ .

$$\therefore \text{圆心 } C \text{ 到直线 } l \text{ 的距离 } d = \frac{|k+3|}{\sqrt{1+k^2}},$$

$$\therefore |AB| = 2\sqrt{2 - \frac{(k+3)^2}{1+k^2}} = 2, \text{ 解得 } k = -\frac{4}{3},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的方程为 } y = -\frac{4}{3}x + \frac{13}{3}.$$

综上, 直线  $l$  的方程为  $x = 1$  或  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{13}{3}$ . ..... (12分)