

# 南京一中高一数学月考试题

姓名 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

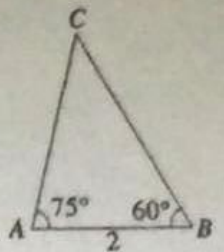
## 一. 填空题

1. 等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 + a_8 = 10$ ,  $a_4 = 7$ , 则数列  $\{a_n\}$  的公差为 \_\_\_\_\_

2. 在  $\triangle ABC$  中,  $a = 7$ ,  $b = 4\sqrt{3}$ ,  $c = \sqrt{13}$ , 则  $\triangle ABC$  的最小角为 \_\_\_\_\_

3. 在相距 2 千米的 A, B 两点处测量目标 C, 若  $\angle CAB = 75^\circ$ ,

$\angle CBA = 60^\circ$ , 则 A, C 两点之间的距离是 \_\_\_\_\_ 千米.



4. 设  $S_n$  为等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $8a_2 + a_5 = 0$ , 则  $\frac{S_5}{S_2} =$  \_\_\_\_\_

5. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 30^\circ$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$ , 面积  $S = \sqrt{3}$ ,  $AC =$  \_\_\_\_\_

6. 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $S_1, 2S_2, 3S_3$  成等差数列, 则  $\{a_n\}$  的公比为 \_\_\_\_\_

7. 在  $\triangle ABC$  中, 设  $a, b, c$  分别为角 A, B, C 的对边, 若  $a = 5$ ,  $A = \frac{\pi}{4}$ ,  $\cos B = \frac{3}{5}$ ,

则边  $c =$  \_\_\_\_\_

8. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $a, b, c$  分别为内角 A, B, C 的对边, 若  $b = 2a$ ,  $B = A + 60^\circ$ ,

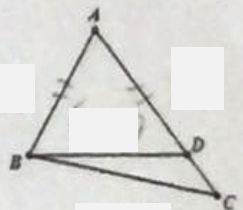
则  $A =$  \_\_\_\_\_

9. 在  $\triangle ABC$  中, 角 A, B, C 所对边的长分别为  $a, b, c$ . 已知  $a + \sqrt{2}c = 2b$ ,

$\sin B = \sqrt{2}\sin C$ , 则  $\cos A =$  \_\_\_\_\_

10. 已知在  $\triangle ABC$  中, D 是 AC 边上的点, 且  $AB = AD$ ,

$BD = \frac{\sqrt{6}}{2}AD$ ,  $BC = 2AD$ , 则  $\sin C$  的值为 \_\_\_\_\_



11. 已知  $\{a_n\}$  是公差为  $d$  的等差数列, 它的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $S_4 = 2S_2 + 4$ , 若对任意的  $n \in \mathbb{N}^*$ ,

都有  $S_n \geq S_8$  成立, 则首项  $a_1$  的取值范围 \_\_\_\_\_

12. 已知两个等差数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ , 它们的前  $n$  项和分别是  $S_n, T_n$ ,

若  $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n+3}{3n-1}$ , 则  $\frac{a_3 + a_7}{b_3 + b_5} + \frac{a_5}{b_2 + b_6} =$  \_\_\_\_\_

13. 设各项均为实数的等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_{10} = 10$ ,  $S_{30} = 70$ , 则  $S_{40} =$  \_\_\_\_\_

14. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $\tan A \tan B = \tan A \tan C + \tan C \tan B$ , 则  $\frac{a^2 + b^2}{c^2} =$  \_\_\_\_\_

## 二. 解答题

15. 设等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项的和为  $S_n$ , 若  $S_5 + S_6 = 2S_4$ , 求数列的公比  $q$ .

16. 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列, 记  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $a_1 + a_3 = 8$ ,  $a_2 + a_4 = 12$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式  $a_n$  和前  $n$  项和公式  $S_n$ .

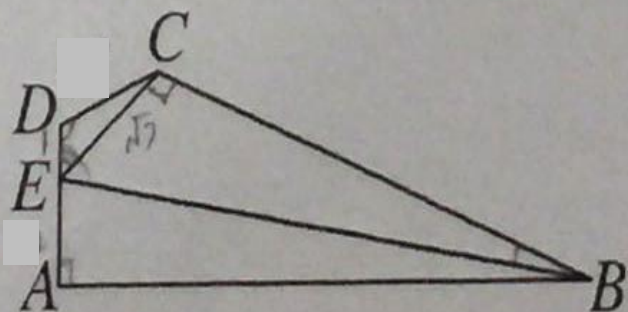
(2) 若  $a_1, a_k, S_{k+2}$  成等比数列, 求正整数  $k$  的值.

17. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $2a\cos C + 2c\cos A = a + c$ .

(1) 若  $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{3}{4}$ , 求  $\frac{c}{b}$  的值;

(2) 若  $C = \frac{2\pi}{3}$ , 且  $c - a = 8$ , 求  $\triangle ABC$  的面积  $S$ .

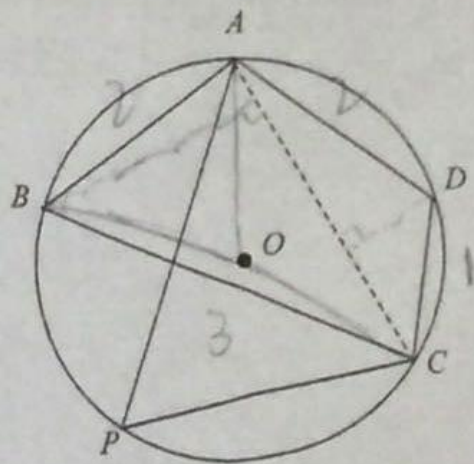
18. 如图, 在平面四边形  $ABCD$  中,  $DA \perp AB$ ,  $DE = 1$ ,  $EC = \sqrt{7}$ ,  $EA = 2$ ,  $\angle ADC = \frac{2\pi}{3}$ , 且  $\angle CBE, \angle BEC, \angle BCE$  成等差数列. (1) 求  $\sin \angle CED$ ; (2) 求  $BE$  的长.





19. 市某棚户区改造建筑用地平面示意图如图所示. 经规划调研确定, 棚改规划建筑用地是半径为  $R$  的圆面. 该圆面的内接四边形  $ABCD$  是原棚户区建筑用地, 测量可知边界  $AB = AD = 2$  万米,  $BC = 3$  万米,  $CD = 1$  万米. (注解: 圆内接四边形对角互补)

- (1) 求原棚户区建筑用地  $ABCD$  中对角  $A, C$  两点的距离;
- (2) 请计算出原棚户区建筑用地  $ABCD$  的面积及圆的半径  $R$ ;
- (3) 因地理条件的限制, 边界  $AD, DC$  不能变更, 而边界  $AB, BC$  可以调整, 为了提高棚户区改造建筑用地的利用率, 请在圆弧  $ABC$  上设计一点  $P$ , 使得棚户区改造的新建筑用地  $APCD$  的面积最大, 并求最大值.



20. (本题满分 16 分) 设  $\{a_n\}$  是首项为  $a$ , 公差为  $d$  的等差数列 ( $d \neq 0$ ),  $S_n$  是前  $n$  项和. 记

$$b_n = \frac{nS_n}{n^2 + c}, \quad n \in \mathbb{N}^*, \quad \text{其中 } c \text{ 为实数.}$$

(1) 若数列  $\{c_n\}$  满足  $c_n = \frac{S_n}{n}$ , 证明: 数列  $\{c_n\}$  等差数列

(2) 若  $c = 0$ , 且  $b_1, b_2, b_4$  成等比数列, 证明:  $S_{nk} = n^2 S_k (k, n \in \mathbb{N}^*)$ ;

(3) 若  $\{b_n\}$  是等差数列, 证明:  $c = 0$ .