

松江区 2018 学年度第一学期期末质量监控试卷

高一数学

(满分 150 分, 完卷时间 120 分钟)

2019.1

考生注意

1. 本考试设试卷和答题纸两部分, 试卷包括试题与各题要求, 所有各题必须涂(选择题)或写(非选择题)在答题纸上, 做在试卷上一律不得分。
2. 答题前, 务必在答题纸上填写应位号和姓名, 并用 2B 铅笔填涂考生号。
3. 答题纸与试卷在试题编号上是一一对应的, 各题时应特别注意, 不能错位。
4. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位。在草稿纸、试卷上作答一律不得分。
5. 用 2B 铅笔作答选择题, 用黑色笔迹钢笔、水笔或圆珠笔作各非选择题。

一、填空题(本大题共有 12 题, 满分 54 分, 第 1~6 题每题 4 分, 第 7~12 题每题 5 分)  
考生应在答题纸的相应位置直接填写结果。

1. 已知全集  $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ , 集合  $A = \{5, 7, 9\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_.
2. 函数  $y = \sqrt{2^x - 1}$  的定义域为 \_\_\_\_\_.
3. 函数  $y = x^2 (x \geq 0)$  的反函数是 \_\_\_\_\_.
4. 不等式  $\frac{1}{x} \geq 1$  的解集为 \_\_\_\_\_.
5. 用“二分法”求函数  $f(x) = x^3 - 2x - 5$  在区间  $(2, 3)$  内的零点时, 取  $(2, 3)$  的中点  $x_1 = 2.5$ , 则  $f(x)$  的下一个有零点的区间是 \_\_\_\_\_.
6. 命题“若  $a > b$ , 则  $a^2 > b^2$ ”, 能说明该命题为假命题的一组  $a, b$  的值依次为 \_\_\_\_\_.
7. 已知  $\log_3 2 = m$ , 则  $\log_{32} 18 =$  \_\_\_\_\_ (用  $m$  表示).
8. 函数  $f(x) = \log_{19} (19 - |x|)$  的值域为 \_\_\_\_\_.
9. 已知函数  $f(x) (x \in \mathbb{R})$ , 若函数  $f(x+2)$  过点  $(1, -2)$ , 那么函数  $y = |f(x)|$  一定经过点

10. 已知  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3, & x > 0 \\ g(x), & x < 0 \end{cases}$  是奇函数, 则  $f(g(-3)) =$  \_\_\_\_\_.

11. 已知  $f(x) = \begin{cases} 3x - 4, & x > 1 \\ 3^x, & x \leq 1 \end{cases}$ , 若  $a < b$ ,  $f(a) = f(b)$ , 则  $a + 3b$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

12. 函数  $f(x) = \frac{2^{|3x|} + 9x + \lg(\sqrt{900x^2 + 100} - 30x)}{8^{|x|} + 1}$  的最大值与最小值之和为 \_\_\_\_\_.

二、选择题 (本大题共有 4 题, 满分 20 分, 每题 5 分) 每题有且只有一个正确答案, 考生应在答题纸的相应位置, 将代表正确选项的小方格涂黑。

13. 若函数  $y = f(x)$  的图像位于第一、二象限, 则它的反函数  $y = f^{-1}(x)$  的图像位于 ( ) .

- (A) 第一、二象限                      (B) 第三、四象限  
(C) 第二、三象限                      (D) 第一、四象限

14. 下列函数中, 在  $\mathbf{R}$  上既是奇函数又是减函数的是 ( ) .

- (A)  $y = \frac{1}{x}$                                   (B)  $y = \ln \frac{1-x}{1+x}$   
(C)  $y = -x|x|$                               (D)  $y = 3^{-x}$

15. 已知  $m, n \in \mathbf{R}$ , 原命题是 “若  $m + n > 0$ , 则  $m$ 、 $n$  中至少有一个不小于 0”, 那么原命题与其逆命题依次是 ( ) .

- (A) 真命题、假命题                      (B) 假命题、真命题  
(C) 真命题、真命题                      (D) 假命题、假命题

16. 已知  $a > 0, b > 0$ . 则 “ $2018a + 2019b + \frac{1}{2018a} + \frac{1}{2019b} = 4$ ” 是 “

$(2018a + 2019b) \left( \frac{1}{2018a} + \frac{1}{2019b} \right) = 4$ ” 的 ( ) .

- (A) 充分不必要条件                      (B) 必要不充分条件  
(C) 充要条件                                  (D) 既不充分也不必要条件

三、解答题 (本大题满分 76 分) 本大题共有 5 题, 解答下列各题必须在答题纸相应编号的

规定区域内写出必要的步骤.

17. (本题满分 14 分) 本题共有 2 个小题. 第 1 小题满分 7 分, 第 2 小题满分 7 分.

已知函数  $f(x) = |x-1|$ ,  $x \in \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | f(x) - 1 > 0\}$ ,  $B = \left\{x \mid \frac{x-3}{x+2} < 0\right\}$ .

(1) 求集合  $A \cap B$ ;

(2) 若  $a \neq 0$ , 比较  $[f(2a+1)]^2$  与  $[f(1-a)]^2$  的大小.

18. (本题满分 14 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 7 分, 第 2 小题满分 7 分.

已知  $a > 1$ , 函数  $f(x) = a^{1+x} - a^{1-x}$ .

(1) 判断函数  $f(x)$  的奇偶性, 并给予证明;

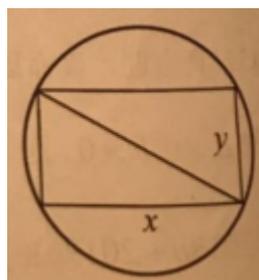
(2) 判定函数  $f(x)$  的单调性, 并给予证明.

19. (本题满分 14 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分.

把一段底面直径为 40 厘米的圆柱形木料锯成横截面为矩形的木料, 设该矩形的一条边长是  $x$  厘米, 另一条边长是  $y$  厘米 (如图所示).

(1) 试用解析式将  $y$  表示成  $x$  的函数, 并写出函数的定义域;

(2) 若该圆柱形木料长为 100 厘米, 则怎样锯才能使矩形木料的体积最大? 并求出体积的最大值.



20. (本题满分 16 分) 本题共有 3 个小题, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 5 分, 第 3 小题满分 7 分.

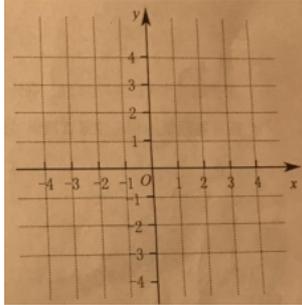
已知函数  $f(x) = a|x| + x + 1$ ,  $x \in \mathbf{R}$

(1) 若  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上增函数, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 当  $a=1$  时, 作出函数  $f(x)$  的图像, 并解不等式  $f(1-x) > f(x^2+1)$ ;

(3) 若函数  $g(x)$  与  $f(x)$  的图像关于点  $(0,0)$  对称, 且对任意  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ , 都有

$[f(x_1) - g(x_1)][f(x_2) - g(x_2)] > 0$ , 求实数  $a$  的取值范围.



21. (本题满分 18 分) 本题共有 3 个小题, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 8 分.

已知函数  $f(x) = \frac{2x+a}{x+2}$ ,  $a$  为实数, 且  $x_{n+1} = f(x_n)$  ( $x_n \neq -2, n \in \mathbb{N}^*$ ), 记由所有  $x_n$  组成的数集为  $E$ .

(1) 已知  $x_1 = 1$ ,  $x_3 = 3$ , 求  $x_2$ ;

(2) 对任意的  $x \in \left[\frac{1}{6}, 1\right]$ ,  $f(x) < \frac{1}{x}$  恒成立, 求  $a$  的取值范围;

(3) 若  $x_1 = 1$ ,  $x_1 = 1$ , 判断数集  $E$  中是否存在最大的项? 若存在, 求出最大项; 若不存在, 请说明理由.