



数学试卷

出题人：康乐 审题人：尹璐

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 4 页。考试结束后，将答题卡交回。

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整，笔迹清楚。
3. 请按题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

第 I 卷

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分（在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. $\cos \frac{2\pi}{3}$ 的值为 ()
A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
2. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 < 0, x \in Z\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$
3. 函数 $f(x) = x^2 - x - 1$ 在下列区间一定有零点的是 ()
A. $[0, 1]$ B. $[1, 2]$ C. $[2, 3]$ D. $[3, 4]$
4. 下列函数中，与函数 $y = x (x \geq 0)$ 相同的是 ()
A. $y = \frac{x^2}{x}$ B. $y = (\sqrt{x})^2$ C. $y = \lg(10^x)$ D. $y = 2^{\lg_2 x}$

5. 下列函数中，在 $(0, +\infty)$ 上为减函数的是 ()

- A. $y = 3^x$ B. $y = -\frac{1}{x}$ C. $y = \sqrt{x}$ D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

6. 对于函数 $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$, 下列命题正确的是 ()

- A. 周期为 2π 的偶函数 B. 周期为 2π 的奇函数
C. 周期为 π 的偶函数 D. 周期为 π 的奇函数

7. 设 $a = \log_7 0.3, b = 0.3^7, c = 7^{0.3}$, 则 ()

- A. $a < c < b$ B. $b < c < a$ C. $a < b < c$ D. $b < a < c$

8. 将函数 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象上所有点向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，再将所得的图象的所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），得到的图象对应的解析式是 ()

- A. $y = \sin \frac{1}{2}x$ B. $y = \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{2}\right)$
C. $y = \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$ D. $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

9. 已知 $\tan \theta = -\sqrt{3}, \frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, 那么 $\cos \theta - \sin \theta$ 的值是 ()

- A. $-\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

10. 函数 $f(x) = \cos(3x + \varphi)$ 的图象关于原点成中心对称，则 φ 等于 ()

- A. $-\frac{\pi}{2}$ B. $2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in Z)$ C. $k\pi (k \in Z)$ D. $k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in Z)$

11. 已知 $f(x)$ 是奇函数，且 $x < 0$ 时， $f(x) = \cos x + \sin 2x$, 则当 $x > 0$ 时， $f(x)$ 的表达式是 ()

- A. $\cos x + \sin 2x$ B. $-\cos x + \sin 2x$ C. $\cos x - \sin 2x$ D. $-\cos x - \sin 2x$

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 当 $x < 0$ 时, $f(x) = x^3 - 1$, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时,

$$f(-x) = -f(x), \text{ 当 } x > \frac{1}{2} \text{ 时, } f\left(x + \frac{1}{2}\right) = f\left(x - \frac{1}{2}\right), \text{ 则 } f(6) = (\quad)$$

- A. 2 B. 0 C. -1 D. -2

第II卷

二、填空题: (本题共4小题, 每小题5分, 共20分)

13. 若角 α 的终边经过点 $P(1, -2)$, 则 $\sin \alpha$ 的值为 _____.

14. $y = a^{x-2} - 1 (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$ 的图象恒过定点 _____.

15. 已知 $g(x) = 3x - 4, f(x-1) = g(x)$, 则 $f(x) =$ _____.

16. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\left[\frac{1}{2}, 3\right]$, 则函数 $f(\log_3 x)$ 的定义域为 _____.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题共10分) 求下列代数式值:

(1) $\log_3 \frac{\sqrt[3]{27}}{3} + \lg 25 + \lg 4 - 5^{\lg 2}$

(2) $\left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - (-9.5)^0 - \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

18. (本小题共12分) 已知 $\frac{\sin \alpha - 3 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = -1$, 求下列各式的值:

- (1) $\tan \alpha$ (2) $\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha$

19. (本小题共12分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3-x} + \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ 的定义域为集合 A .

$$B = \{x | x < a\}$$

(1) 若 $A \subseteq B$, 求 a 的值;

(2) 若全集 $U = \{x | x \leq 4\}$, $a = -1$, 求 $C_U A$ 及 $A \cap (C_U B)$.

20. (本小题共12分) 已知 $y = f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数, 当 $x \in [0, +\infty)$ 时,

$$f(x) = x^2 - 2x.$$

(1) 写出函数 $y = f(x)$ 的解析式;

(2) 若方程 $f(x) = a$ 恰有3个不同的解, 求 a 的取值范围.

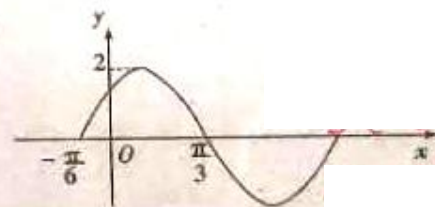
21. (本小题共12分) 函数 $f(x) = A \sin(ax + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的一段图象如

右图所示:

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式及其最小正周期;

(2) 求使函数取得最大值的自变量 x 的集合及最大值;

(3) 求函数 $f(x)$ 在 $x \in [-\pi, \pi]$ 的单调递增区间.



22. (本小题共12分) 是否存在实数 a , 使得函数 $y = \cos^2 x + a \sin x - \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}$ 在闭区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值是1? 若存在, 求对应的 a 值? 若不存在, 试说明理由.