

2019 年上学期高一年级期中联考数学试卷

命题学校：浏阳五中 命题人：戴红梅 审题人：潘印山 时量：120 分钟
一、选择题（共 60 分，每小题 5 分）

1. 下列各角中，与 60° 角终边相同的角是（ ）

- A. -300° B. -60° C. 600° D. 1380°

2. 已知角 α 的终边经过点 $P(1, -\sqrt{3})$ ，则 $\cos\alpha$ 等于（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 点 $P(\sin\frac{25\pi}{12}, \cos\frac{11\pi}{12})$ 位于（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 已知 $\cos(\pi + A) = -\frac{1}{2}$ ，那么 $\sin(\frac{\pi}{2} + A)$ 的值是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 下列函数中，同时满足：①在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上是增函数，②为奇函数，③以 π 为最小正周期的函数是（ ）.

- A. $y = \tan x$ B. $y = \cos x$ C. $y = \tan\frac{x}{2}$ D. $y = |\sin x|$

6. 函数 $y = \sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right)$ 的图象的一条对称轴方程为（ ）

- A. $x = \frac{5\pi}{4}$ B. $x = \frac{-\pi}{2}$ C. $x = \frac{\pi}{8}$ D. $x = \frac{\pi}{4}$

7. 已知 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5$ ，且 $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ 与 $\vec{a} - \lambda\vec{b}$ 垂直，则实数 λ 等于（ ）

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\pm\frac{3}{5}$ C. $\pm\frac{4}{5}$ D. $\pm\frac{9}{25}$

8. 下列各式中正确的是（ ）

- A. $\tan\frac{4}{7}\pi > \tan\frac{3}{7}\pi$ B. $\tan\left(-\frac{13}{4}\pi\right) < \tan\left(-\frac{17}{5}\pi\right)$
C. $\tan 4 > \tan 3$ D. $\tan 281^\circ > \tan 665^\circ$

9. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}|$ ，则有（ ）

- A. $\overrightarrow{AD} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ C. $ABCD$ 是矩形 D. $ABCD$ 是菱形

10. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心为 O ，若 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$ ，且 $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{AC}| = 2$ ，则向量 \overrightarrow{BA} 在向量 \overrightarrow{BC} 方向上的投影为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 3 D. 1

11. 在 $\triangle ABC$ 中， M 是 BC 的中点， $AM = 3$ ，点 P 在 AM 上且满足 $\overrightarrow{PM} = 2\overrightarrow{AP}$ ，则

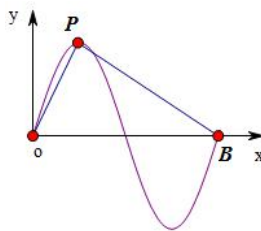
$\overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}) =$ ()

- A. 4 B. $-\frac{16}{9}$ C. -2 D. -4

12. 函数 $y = \sin \pi x (x \in R)$ 的部分图像如图所示，设 O 为坐标原点， P 是图像的最高点，

B 是图像与 x 轴的交点，则 $\tan \angle OPB$ 的值为 ()

- A. 10 B. 8 C. $\frac{8}{7}$ D. $\frac{4}{7}$



二、填空题 (共 20 分，每小题 5 分)

13. 若 $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ ，且 α 为第四象限角，则 $\tan \alpha =$ _____

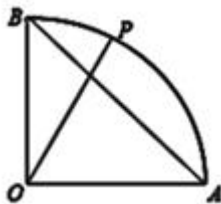
14. 已知扇形的圆心角为 $2rad$ ，扇形的周长为 $8cm$ ，则扇形的面积为 _____ cm^2 。

15. 已知 $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{1}{2}$ ，则 $\frac{\sin x}{1 + \cos x} =$ _____。

16. 如图，在半径为 2 的扇形 AOB 中， $\angle AOB = 90^\circ$ ，

P 为弧 AB 上的一点，若 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} = 2$ ，

则 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的值为 _____



三、解答题 (共 70 分)

17. (10 分) 已知 $\tan \alpha = 5$ ，求下列各式的值。

(1). $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2 \sin \alpha - \cos \alpha}$;

(2). $\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + 3 \cos^2 \alpha$

18 (12分). 已知 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x (x \in R)$.

(1). 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2). 求函数 $f(x)$ 的最大值, 并指出此时 x 的值.

19. (12分) 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足: $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 6, \vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{a}) = 2$

(1). 求向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角

(2). 求 $|2\vec{a} - \vec{b}|$

20 (12分)

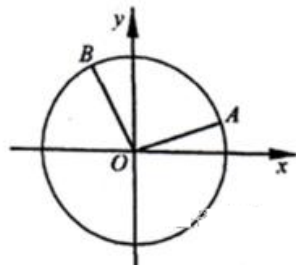
(1). 已知向量 $\vec{a} = \left(\cos \frac{3}{2}x, \sin \frac{3}{2}x\right), \vec{b} = \left(\cos \frac{x}{2}, -\sin \frac{x}{2}\right)$, 且 $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$

设函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$, 求 $f(x)$ 的值域。

(2). 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 以 x 轴正半轴为始边的锐角 α 和钝角 β 的终边分别与单位圆交于点 A, B , 若点 A 的横坐标是 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$, 点 B 的纵坐标是 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

求 $\cos(\alpha - \beta)$ 的值;

求 $\cos(\alpha - \beta)$ 的值;



21. 已知函数 $f(x) = \sin(2\omega x + \varphi) - 1$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$, 图象过点 $(0, -\frac{1}{2})$.

(1) . 求 ω 、 φ 的值和 $f(x)$ 的单调增区间;

(2) . 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位, 再将图象上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变), 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 若函数 $F(x) = g(x) + k$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上有且只有两个不同零点, 求实数 k 的取值范围.

22. (12分) 海水受日月的引力, 在一定的时候发生涨落的现象叫潮, 一般地, 早潮叫潮, 晚潮叫汐. 在通常情况下, 船在涨潮时驶进航道, 靠近码头; 卸货后, 在落潮时返回海洋. 下面是某港口在某季节每天的时间与水深关系表:

时刻	2:00	5:00	8:00	11:00	14:00	17:00	20:00	23:00
水深(米)	7.5	5.0	2.5	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0

经长期观测, 这个港口的水深 y 与时间 x 的关系, 可近似用函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + h$

(其中 $A > 0$, $\omega > 0$, $|\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$) 来描述.

(1) 根据以上数据, 求出函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + h$ 的表达式;

(2) 一条货船的吃水深度(船底与水面的距离)为 4.25 米, 安全条例规定至少要有 2 米的安全间隙(船底与洋底的距离), 该船在一天内(0:00~24:00)何时能进入港口? 在港口能停留多久?