

高一数学试卷

答题时间：90 分钟 满分：150 分

命题人：何文颖 审题人：张宇华、陈晓丽、乔晓东

一、选择题（每题 5 分共 60 分）：

1. 已知集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{1, 5, 7\}$ B. $\{3, 5, 7\}$ C. $\{3, 9\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

2. 角 α 的终边经过点 $p(3, 4)$, 则 $\sin \alpha =$ ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

3. 函数 $f(x) = \frac{1}{x} - 6 + 2x$ 的零点一定位于区间 ()

- A. (3, 4) B. (2, 3) C. (1, 2) D. (5, 6)

4. 已知 α 是第二象限的角, 且 $\tan \alpha = -3$, 则 $\cos \alpha =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

5. 函数 $y = a^x + 1$ 的图象一定经过点 ()

- A. (0, 1) B. (0, 2) C. (0, 3) D. (1, 3)

6. 与函数 $y = x$ 有相同图象的一个函数是 ()

- A. $y = \sqrt{x^2}$ B. $y = (\sqrt{x})^2$ C. $y = \frac{x^2}{x}$ D. $y = \log_a a^x (a > 0, a \neq 1)$

7. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()

- A. $-\frac{24}{25}$ B. $\frac{24}{25}$ C. $\frac{7}{25}$ D. $-\frac{7}{25}$

8. 设 $a = 2^{0.3}$, $b = 0.3^2$, $c = \log_2 0.3$ 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

9. 函数 $y = \frac{1}{2 + \sin x + \cos x}$ 的最大值是 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ C. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

10. 下列四个函数中, 同时具有:

①最小正周期是 π , ②图象关于 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称的是 ()

- A. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ B. $y = \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6})$
C. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ D. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$

11. 已知 $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4}$, 且 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{4})$ 则 $\sin \alpha - \cos \alpha =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 已知函数 $y = A \sin(ax + \varphi)$ 在同一周期内, $x = \frac{\pi}{9}$ 时取得最大值 $\frac{1}{2}$, $x = \frac{4}{9}\pi$ 时取得最小值 $-\frac{1}{2}$, 则该函数解析式为 ()

- A. $y = 2 \sin(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6})$ B. $y = \frac{1}{4} \sin(3x + \frac{\pi}{6})$
C. $y = \frac{1}{2} \sin(3x - \frac{\pi}{6})$ D. $y = \frac{1}{2} \sin(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6})$

二、填空题

13、已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x < 0, \\ 2^x, & x > 0. \end{cases}$ 那么 $f(f(-1)) =$ _____

14、已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}, \alpha \in (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$, 则 $\cos \alpha =$ _____

15、已知 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是方程 $x^2 + 6x - 7 = 0$ 的两个根, 求 $\tan(\alpha + \beta) =$ _____

16、计算 $\log_3 6.25 + \lg 0.01 + \ln \sqrt{e} + 2^{1+\log_2 3} =$ _____

三、解答题

17、(1) 已知 $\tan \alpha = 2$, 求 $\frac{2\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - 3\cos \alpha}$ 的值

(2) 化简: $f(\alpha) = \frac{\cos(\pi + \alpha)\sin(\alpha - 2\pi)}{\sin(-\alpha - \pi)\cos(\pi - \alpha)}$

18、已知定义域为 \mathbb{R} 的函数 $f(x) = \frac{-2^x + a}{2^x + 1}$ 是奇函数

(1) 求实数 a 的值;

(2) 已知 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上是减函数, 不等式 $f(2m+5) + f(1) > 0$ 成立, 求实数 m 的取值范围.

19、已知 $f(x) = 2a \sin(2x - \frac{\pi}{3}) + b$ ($a > 0$) 的定义域为 $[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$, 函数的最大值为 1, 最小值为 -5, 求 a, b 的值

20. 设 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \in (-\infty, 1] \\ (\log_3 \frac{x}{3}) \cdot (\log_3 \frac{x}{9}), & x \in (1, +\infty) \end{cases}$

(1) 求 $f(\log_2 0.3)$ 的值;

(2) 求 $f(x)$ 的最小值.

21. 已知函数 $f(x) = \cos^2 x + \sin x \cos x - \frac{1}{2}$

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和值域;

(2) 若 $x \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$, 求 $f(x)$ 的值域.

22. 延展题: 已知 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$, $\varphi \in (-\pi, 0)$ 的部分图像如图所示, 则 $f(x)$ 的表达式为 _____

