



出题人:赵征文

审题:高一数学组

一、选择题:(本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1.  $\sin 600^\circ = ( \quad )$

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $-\frac{1}{2}$

2. 若 2 弧度的圆心角所对的弧长为 4cm,则这个圆心角所夹的扇形的面积是 ( )

- A.  $4 \text{ cm}^2$     B.  $2 \text{ cm}^2$     C.  $4 \pi \text{ cm}^2$     D.  $2 \pi \text{ cm}^2$

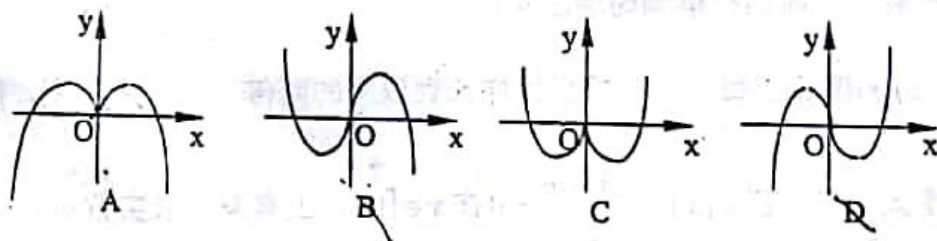
3. 函数  $y = \sin(2x + \frac{\pi}{2})$  是 ( )

- A. 周期为  $\pi$  的奇函数    B. 周期为  $2\pi$  的奇函数  
C. 周期为  $\pi$  的偶函数    D. 周期为  $2\pi$  的偶函数

4. 已知  $\alpha$  是第三象限的角,若  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ,则  $\cos \alpha = ( \quad )$

- A.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$     B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$     C.  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$     D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

5. 函数  $y = -x \cos x$  的部分图象是 ( )



6. 化简  $(\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}) \cdot \frac{1}{2} \sin 2\alpha - 2\cos^2 \alpha$  等于 ( )

- A.  $\cos^2 \alpha$     B.  $-\cos 2\alpha$     C.  $\cos 2\alpha$     D.  $\sin^2 \alpha$

7. 已知  $\omega > 0$ ,  $0 < \phi < \pi$ , 直线  $x = \frac{\pi}{4}$  和  $x = \frac{5\pi}{4}$  是函数  $f(x) = \sin(\omega x + \phi)$  图象的两条相邻的对称轴, 则  $\phi =$

- (A)  $\frac{\pi}{4}$     (B)  $\frac{\pi}{3}$     (C)  $\frac{\pi}{2}$     (D)  $\frac{3\pi}{4}$

8. 若函数  $y=f(x)$  的图象上每一点的纵坐标保持不变, 横坐标伸长到原来的 2 倍, 再将整个图象沿  $x$  轴向左平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位, 沿  $y$  轴向下平移 1 个单位长度, 得到函数

数  $y=\frac{1}{2}\sin x$  图象则  $y=f(x)$  是 ( )

A.  $y=\frac{1}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{2})+1$

B.  $y=\frac{1}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})+1$

C.  $y=\frac{1}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1$

D.  $y=\frac{1}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{2})+1$

9 下列函数中, 最小正周期为  $\pi$ , 且图像关于直线  $x=\frac{\pi}{3}$  对称的是 ( )

A.  $y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

B.  $y=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$

C.  $y=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

D.  $y=\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6})$

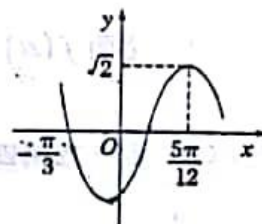
10 函数  $f(x)=A\sin(\omega x+\theta)(A>0, \omega>0)$  的部分图像如图所示, 则  $f(x)$  等于

A.  $\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

B.  $\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{6})$

C.  $\sqrt{2}\sin(4x+\frac{\pi}{3})$

D.  $\sqrt{2}\sin(4x+\frac{\pi}{6})$



11. 在  $\mathbb{R}$  上定义运算  $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$ , 若  $f(x) = \begin{vmatrix} 2\sin x & 2\sin x \\ \sqrt{3}\sin x & \cos x \end{vmatrix}$ ,  $x \in [0, \pi]$ , 则

$f(x)$  的递增区间为

A.  $[0, \frac{\pi}{6}]$ ,  $[\frac{2\pi}{3}, \pi]$

B.  $[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}]$

C.  $[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}]$

D.  $[0, \frac{\pi}{12}]$ ,  $[\frac{7\pi}{12}, \pi]$

12. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{4})$  ( $\omega > 0$ ) 的图象在区间  $[0, 1]$  上有 3 个最高点, 则  $\omega$  的取值范围为 ( )

A.  $[\frac{19\pi}{4}, \frac{27\pi}{4})$

B.  $[\frac{17\pi}{4}, \frac{25\pi}{4})$

C.  $[\frac{9\pi}{2}, \frac{13\pi}{2})$

D.  $[4\pi, 6\pi)$

二、填空题：(本题共4小题，每小题5分，共20分)

13. 角  $\alpha$  的终边过点  $P(-1, 2)$ ，则  $\sin \alpha =$  \_\_\_\_\_

14. 计算  $\sin 43^\circ \cos 13^\circ - \sin 47^\circ \sin 13^\circ$  的结果等于 \_\_\_\_\_.

15. 已知  $\cos(\alpha - \frac{\pi}{6}) + \sin \alpha = \frac{4}{5}\sqrt{3}$ ，则  $\sin(\alpha + \frac{7\pi}{6})$  的值是 \_\_\_\_\_.

16. 函数  $f(x) = |\sin x| - \lg x$  零点个数为 \_\_\_\_\_.

三、解答题：解答时应写出文字说明，证明过程或演算步骤 (共70分)

17. (10分) 已知  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ， $\sin(\alpha - \beta) = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ ， $\alpha, \beta$  均为锐角，求  $\beta$  的值.

18. (12分) 已知  $f(\alpha) = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) \sin(-\alpha) \tan(\pi - \alpha)}{\tan(-\alpha) \sin(\pi - \alpha)}$ .

(1) 化简  $f(\alpha)$ ;

(2) 若  $\alpha$  为第四象限角，且  $\cos(\frac{3}{2}\pi - \alpha) = \frac{2}{3}$ ，求  $f(\alpha)$  的值.

19. (12分) 在  $\triangle ABC$  中，三个内角分别为  $A, B, C$ ，已知  $\sin(A + \frac{\pi}{6}) = 2\cos A$ .

(1) 求角  $A$  的值;

(2) 若  $B \in (0, \frac{\pi}{3})$ ，且  $\cos(A - B) = \frac{4}{5}$ ，求  $\sin B$ .



20. (12分) 已知函数  $f(x) = \sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4})$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的最小正周期和递增区间;

(2) 求函数  $f(x)$  在区间  $[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{2}]$  上的最小值和最大值, 并求出取得最值时  $x$  的值.

21. (12分) 已知函数  $f(x) = -x^2 + 2x \tan \theta + 1$ ,  $x \in [-\sqrt{3}, 1]$ , 其中  $\theta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ .

(1) 当  $\theta = -\frac{\pi}{4}$  时, 求函数  $f(x)$  的最大值与最小值;

(2) 求  $\theta$  的取值范围, 使  $y = f(x)$  在区间  $[-\sqrt{3}, 1]$  上是单调函数.

22. (12分) 已知函数  $f(x) = \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x$ .

(1) 求  $f(x)$  的最小正周期和单调递增区间;

(2) 将函数  $f(x)$  的图象上每一点的横坐标伸长到原来的两倍, 纵坐标不变, 得到函数  $g(x)$  的图象, 若方程  $g(x) + \frac{\sqrt{3} + m}{2} = 0$  在  $x \in [0, \pi]$  上有解, 求实数  $m$  的取值范围.