

2018 - 2019 学年第二学期期末考试卷  
高二理科数学

满分:150 分 考试时间:120 分钟

注意事项:

1. 答题前,考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚,将条形码准确粘贴在答题卡条形码区域内。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂;非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写,字体工整、笔迹清晰。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试题卷上的答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出,确定后必须使用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁,不要折叠、弄破、弄皱,不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。
6. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题(本题共 12 小题,每小题 5 分,满分 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 复数  $z = \frac{1-i}{1+2i}$  ( $i$  为虚数单位) 的共轭复数是

- A.  $\frac{1+3i}{5}$       B.  $\frac{-1+3i}{5}$       C.  $\frac{1-3i}{5}$       D.  $\frac{-1-3i}{5}$

2. 已知线性回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + 0.6$  相应于点  $(3, 6.5)$  的残差为  $-0.1$ , 则  $\hat{b}$  的值为

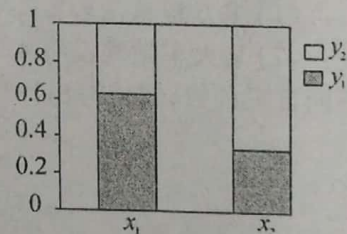
- A. 1      B. 2      C.  $-0.5$       D.  $-3$

3. 由命题“周长为定值的长方形中,正方形的面积取得最大”可猜想:在表面积为定值的长方体中

- A. 正方体的体积取得最大  
B. 正方体的体积取得最小  
C. 正方体的各棱长之和取得最大  
D. 正方体的各棱长之和取得最小

4. 在一次调查后,根据所得数据绘制成如右图所示的等高条形图,则

- A. 两个分类变量关系较弱  
B. 两个分类变量无关系  
C. 两个分类变量关系较强  
D. 两个分类变量关系难以判断



5. 独立性检验显示:在犯错误的概率不超过 0.1 的前提下认为性别与是否喜爱喝酒有关,那么下列说法中正确的是

- A. 在 100 个男性中约有 90 人喜爱喝酒  
B. 若某人喜爱喝酒,那么此人为女性的可能性为 10%  
C. 认为性别与是否喜爱喝酒有关判断出错的可能性至少为 10%  
D. 认为性别与是否喜爱喝酒有关判断正确的可能性至少为 90%

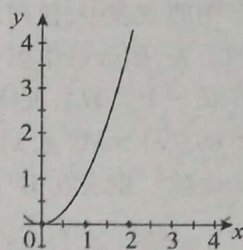
6. 将 6 位女生和 2 位男生平分为两组,参加不同的两个兴趣小组,则 2 位男生在同一组的不同的选法数为

- A. 70      B. 40      C. 30      D. 20



7. 函数  $y=f(x)$  的图象如右图所示, 下列数值排序正确的是

- A.  $f'(1) < f'(2) < f(2) - f(1)$   
 B.  $f'(1) < f(2) - f(1) < f'(2)$   
 C.  $f'(2) < f(2) - f(1) < f'(1)$   
 D.  $f'(2) < f'(1) < f(2) - f(1)$



8. 已知  $X \sim B\left(5, \frac{1}{3}\right)$ , 则  $P\left(\frac{3}{2} \leq X \leq \frac{7}{2}\right) =$

- A.  $\frac{80}{243}$       B.  $\frac{40}{243}$       C.  $\frac{40}{81}$       D.  $\frac{80}{81}$

9. 若  $0 \leq k \leq m \leq n$ , 且  $m, n, k \in \mathbf{N}$ , 则  $\sum_{k=0}^m C_{n-k}^{n-m} C_n^k =$

- A.  $2^{m+n}$       B.  $\frac{C_n^m}{2^m}$       C.  $2^n C_n^m$       D.  $2^m C_n^m$

10. 某人射击一次命中目标的概率为  $\frac{1}{2}$ , 且每次射击相互独立, 则此人射击 7 次, 有 4 次命中且恰有 3 次连续命中的概率为

- A.  $C_6^3 \left(\frac{1}{2}\right)^7$       B.  $A_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^7$       C.  $C_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^7$       D.  $C_4^1 \left(\frac{1}{2}\right)^7$

11. 某学校运动会的立定跳远和 30 秒跳绳两个单项比赛分成预赛和决赛两个阶段. 下表为 10 名学生的预赛成绩, 其中有三个数据漏记了 (见表中空白处)

学生序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
立定跳远 (单位: 米)	1.96	1.68	1.82	1.80	1.60	1.76	1.74	1.72	1.92	1.78
30 秒跳绳 (单位: 次)	63		75	60	62	72	70			63

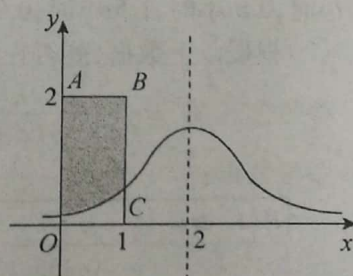
在这 10 名学生中进入立定跳远决赛的有 8 人, 同时进入立定跳远决赛和 30 秒跳绳决赛的有 6 人, 则以下判断正确的为

- A. 4 号学生一定进入 30 秒跳绳决赛      B. 5 号学生一定进入 30 秒跳绳决赛  
 C. 9 号学生一定进入 30 秒跳绳决赛      D. 10 号学生一定进入 30 秒跳绳决赛

12. 已知随机变量  $X \sim N(2, 1)$ , 其正态分布密度曲线如图所示, 若向长方形  $OABC$  中随机投掷 1 点, 则该点恰好落在阴影部分的概率为

[附: 若随机变量  $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $P(\mu - \sigma < \xi \leq \mu + \sigma) = 0.6826$ ,  
 $P(\mu - 2\sigma < \xi \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544$ ]

- A. 0.1359      B. 0.7282  
 C. 0.8641      D. 0.93205



二、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分.)

13. 由曲线  $y = \cos x$ ,  $x, y$  坐标轴及直线  $x = \frac{\pi}{2}$  围成的图形的面积等于\_\_\_\_\_.

14.  $\left(\frac{1}{x^2} - 2x\right)^6$  的展开式中的常数项为\_\_\_\_\_.





15. 在右图的数表中, 仅列出了前 6 行, 照此排列规律还可以继续排列下去, 则数表中第  $n(n \geq 3)$  行左起第 3 个数为\_\_\_\_\_.

1					
2	3				
4	5	6			
7	8	9	10		
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	21

16. 若存在一个实数  $t$ , 使得  $F(t) = t$  成立, 则称  $t$  为函数  $F(x)$  的一个不动点. 设函数  $g(x) = e^x + (1 - \sqrt{e})x - a$  ( $a \in \mathbf{R}$ ,  $e$  为自然对

数的底数), 定义在  $\mathbf{R}$  上的连续函数  $f(x)$  满足  $f(-x) + f(x) = x^2$ ,

且当  $x \leq 0$  时,  $f'(x) < x$ , 若存在  $x_0 \in \left\{ x \mid f(x) + \frac{1}{2} \geq f(1-x) + x \right\}$ , 且  $x_0$  为函数  $g(x)$  一个不动点, 则实数  $a$  的最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本题共 6 题, 满分 70 分. 解答应写出文字说明、解答过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 10 分)

在复平面内, 复数  $z = a^2 - a - 2 + (a^2 - 3a - 4)i$  (其中  $a \in \mathbf{R}$ ).

- (1) 若复数  $z$  为实数, 求  $a$  的值;
- (2) 若复数  $z$  为纯虚数, 求  $a$  的值;
- (3) 对应的点在第四象限, 求实数  $a$  的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

为了调查某社区居民每天参加健身的时间, 某机构在该社区随机采访男性、女性各 50 名, 其中每人每天的健身时间不少于 1 小时称为“健身族”, 否则称其为“非健身族”, 调查结果如下:

	健身族	非健身族	合计
男性	40	10	50
女性	30	20	50
合计	70	30	100

(1) 若居民每人每天的平均健身时间不低于 70 分钟, 则称该社区为“健身社区”. 已知被随机采访的男性健身族, 男性非健身族, 女性健身族, 女性非健身族每人每天的平均健身时间分别是 1.2 小时, 0.8 小时, 1.5 小时, 0.7 小时, 试估计该社区可否称为“健身社区”?

(2) 根据以上数据, 能否在犯错误的概率不超过 5% 的情况下认为“健身族”与“性别”有关?

参考公式:  $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ .

参考数据:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.05	0.025	0.010
$k_0$	0.455	0.708	1.321	3.840	5.024	6.635



19. (本小题满分 12 分)

现将甲、乙两个学生在高二的 6 次数学测试的成绩(百分制)制成如图所示的茎叶图:

进入高三后,由于改进了学习方法,甲、乙这两个学生的考试数学成绩预计同时有了大的提升:若甲(乙)的高二任意一次考试成绩为  $x$ ,则甲(乙)的高三对应的考试成绩预计为  $x+10$ (若  $x+10 > 100$ ,则取  $x+10$  为 100)。若已知甲、乙两个学生的高二 6 次考试成绩分别都是由低到高的,定义  $X$  为高三的任意一次考试后甲、乙两个学生的同一次成绩之差的绝对值。

甲			乙	
8	6			
9	6	7	1	5
8	6	8	2	4 6
5	9	4		

(1)试预测:在将要进行的高三 6 次测试中,甲、乙两个学生的平均成绩分别为多少?(精确到整数)

(2)求  $X$  的分布列和数学期望。

20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = ax - \frac{2}{x} - 3\ln x - a$ , 其中  $a$  为常数。

(1)证明:函数  $f(x)$  的图象经过一个定点  $A$ , 并求图象在  $A$  点处的切线方程;

(2)若  $f'\left(\frac{2}{3}\right) = 1$ , 求函数  $f(x)$  在  $[1, e]$  上的值域。

21. (本小题满分 12 分)

(1)求方程  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$  的非负整数解的个数;

(2)某火车站共设有 4 个“安检”入口, 每个入口每次只能进 1 个旅客, 求一个小组 4 人进站的不同方案种数, 要求写出计算过程。

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \ln x - \frac{e^{x-1}}{2}$ 。

(1)证明:函数  $f'(x)$  在  $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$  内存在唯一零点;

(2)已知  $f(x) - h(x) = ax - \frac{e^{x-1}}{2}$  ( $a \in \mathbf{R}$ ), 若函数  $h(x)$  有两个相异零点  $x_1, x_2$ , 且  $x_1 x_2 > b$  ( $b$  为与  $x$  无关的常数), 证明:  $b \leq e^2$ 。

