

上海市第二中学 2018-2019 高二下期末考试卷

2019.6

一. 填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 共 36 分)

1. 已知集合 $A = \{x \mid |x-1| > 2\}$, 则 $C_R A =$ _____.
2. 若函数 $f(x) = x^3 + a$ 为奇函数, 则 $f(1) =$ _____.
3. 四个整数 1, 3, 3, 5 的方差为 _____.
4. 函数 $f(x) = \sqrt{1 - \log_3 x}$ 的定义域为 _____.
5. 在 $(x + \frac{1}{x^2})^9$ 的展开式中, 常数项的值为 _____.
6. 底面半径为 1, 母线长为 2 的圆锥的体积为 _____.
7. 已知函数 $y = x^2 - 4ax$ 在 $[1, 3]$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围 _____.
8. 地球的半径为 R , 在北纬 45° 东经 30° 有一座城市 A , 在北纬 45° 东经 120° 有一座城市 B , 飞机从城市 A 上空飞到城市 B 上空的最短距离 _____.
9. 已知 a 常数, 则 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n}{2^n} =$ _____.
10. 已知函数 $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$, $g(x) = \sqrt{2-x} - \sqrt{1-x}$, 则函数 $y = f(x) + g(x)$ 的值域 _____.
11. 已知 a, b 是正整数, $a \neq b$, 当 $x, y \in (0, \infty)$ 时, 则有 $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$ 成立, 当且仅当 " $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$ " 取等号, 利用上述结论求 $y = \frac{2}{x} + \frac{9}{1-2x}$, $x \in (0, \frac{1}{2})$ 的最小值 _____.
12. 已知 $f(x) = 2x^2 + 2x + b$ 是定义在 $[-1, 0]$ 上的函数, 若 $f(f(x)) \leq 0$ 的定义域上 $[-1, 0]$ 恒成立, 则存在实数 x_0 满足 $f(f(x_0)) = x_0$, 且 $f(x_0) \neq x_0$, 则实数 b 的取值范围是 _____.

二. 选择题 (本大题共 4 题, 每题 4 分, 共 16 分)

13. 为客观了解上海家庭存书量, 上海市统计局社情民意调查中心通过电话调查系统开展电话调查, 成功访问了 2007 位市民, 在这项调查中, 总体, 样本, 样本容量分别是 ()

- A. 总体是上海市民家庭总数量, 样本是 2007 位市民家庭存书量, 样本的容量是 2007;
- B. 总体是上海市民家庭存书量, 样本是 2007 位市民家庭存书量, 样本的容量是 2007;
- C. 总体是上海市民家庭存书量, 样本是 2007 位市民, 样本的容量是 2007;
- D. 总体是上海市民家庭总数量, 样本是 2007 位市民, 样本的容量是 2007.

14. 下列函数中既是奇函数, 又在上单调递减的函数 ()

- A. $y = \sqrt{x}$
- B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
- C. $y = -x^3$
- D. $y = x + \frac{1}{x}$

15. 设 $(1-2x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2019}x^{2019}$, 则 $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_{2019}}{2^{2019}}$ 的值 ()

- A. 2
- B. 0
- C. 1
- D. -1

16. 设 D 是含数 1 的有限实数集, $f(x)$ 是定义在 D 上的函数, 若 $f(x)$ 的图像绕原点逆时针旋转 $\frac{\pi}{6}$ 后与原图像重合, 则在以下各项中, $f(1)$ 的可能值只能是 ()

- A. 0
- B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- D. $\sqrt{3}$

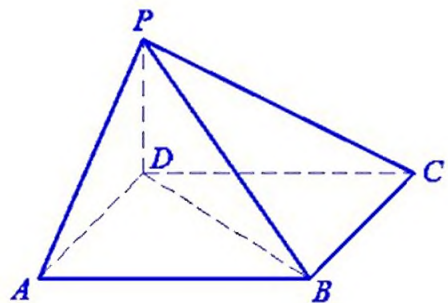
三. 解答题 (本大题共 5 题, 共 48 分)

17. (本题 4 分+4 分=8 分)

如图: 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形,

$PD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD = 1$.

- (1) 求直线 PB 与平面 PCD 所成的角的大小;
- (2) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的侧面积.



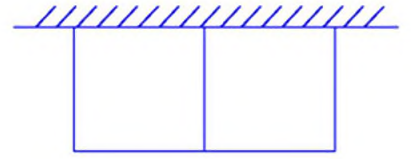
18. (本题 4 分+4 分=8 分)

如图所示：用总长为定值 l 的篱笆围成长方形的场地，以墙为一边，并用平行于一边的篱笆隔开；

(1) 设场地面积为 y ，垂直于墙的边长为 x ，试用解析式将 y 表示成 x 的函数，

并确定这个函数的定义域；

(2) 怎样围才能使得场地的面积最大？最大面积是多少？



19. (本题 5 分+5 分=10 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}} - 2$ 的定义域是 A ，

关于 x 的不等式 $x^2 - (a+3)x + 3a < 0$ 的解集为 B ；

(1) 求集合 B ；

(2) 已知 $\alpha: x \in A; \beta: x \in B$ ，若 α 是 β 的必要不充分条件，试求实数 a 的取值范围；

20. (本题 5 分+5 分=10 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = ax + \frac{4}{x}$$

(1) 函数 $y = f(x) - 2$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上有两个不同的零点, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若连续掷两次骰子 (骰子六个表面上标注点数分别为 1、2、3、4、5、6), 得到点数分别为 a 和 b , 记事件 $A = \{f(x) > b^2 \text{ 在 } x \in (0, +\infty) \text{ 恒成立}\}$, 求事件 A 发生的概率.

21. (本题 2 分+4 分+6 分=12 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = x^2, \quad h(x) = 2\sqrt{x};$$

(1) 令 $y = \begin{cases} x, & x \in (-\infty, t) \\ f(x), & x \in [t, +\infty) \end{cases}$, 当 $x = 2$ 时 $y = 4$, 求实数 t 的取值范围;

(2) 令 $y = \begin{cases} (\frac{1}{2})^{f(x)}, & x \leq 0 \\ a - h(x), & x > 0 \end{cases}$ 的值域为 $(-\infty, 1]$, 求实数 a 的取值范围;

(3) 已知函数在 $F(x), G(x)$ 数集 D 上都有定义, 对任意的 $x_1, x_2 \in D$,

$$\text{当 } x_1 < x_2 \text{ 时 } G(x_1) \leq \frac{F(x_1) - F(x_2)}{x_1 - x_2} \leq G(x_2) \text{ 或 } G(x_2) \leq \frac{F(x_1) - F(x_2)}{x_1 - x_2} \leq G(x_1) \text{ 成立,}$$

则称 $G(x)$ 是数集 D 上 $F(x)$ 的限制函数; 令函数 $F(x) = f(x) - g(x)$, 求其在 $D = (0, +\infty)$ 上的限制函数 $G(x)$ 的解析式, 并求 $G(x)$ 在 $D = (0, +\infty)$ 上的单调区间.