

“BEST 合作体”2018-2019 学年度上学期期末考试

高二数学（理科）试题

命题人：刘梅

2018-12-12

本试卷分选择题、填空题和解答题共 22 题，共 150 分，共 2 页，考试时间 120 分钟，考试结束后，只交答题卡。

第 I 卷（选择题，满分 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、已知命题 $p: \exists x \in R, x^2 + x < 0$ ，则 $\neg p$ 是 ()

A. $\exists x \in R, x^2 + x > 0$ B. $\forall x \in R, x^2 + x \geq 0$

C. $\forall x \in R, x^2 + x > 0$ D. $\exists x \in R, x^2 + x \geq 0$

2、若直线过点 $(1,3)$ ， $(2,3+\sqrt{3})$ ，则此直线的倾斜角是 ()

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

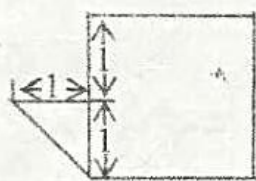
3、某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为 ()

A. $\frac{1}{3} + 2\pi$

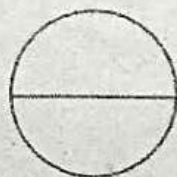
B. $\frac{13\pi}{6}$

C. $\frac{7\pi}{3}$

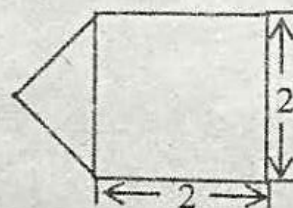
D. $\frac{5\pi}{2}$



正视图



侧视图



俯视图

4、已知命题 $p: \forall y \in R$ ，使得 $y^2 - 4y + 5 \geq 1$ ，命题 $q: \exists x_0 \in R$ ，使得 $x_0^2 + 2x_0 + 2 = 0$ ，则下列命题是真命题的是 ()

A. $\neg p$

B. $\neg p \vee q$

C. $p \wedge q$

D. $p \vee q$

5、“ $m=4$ ”是“方程 $\frac{x^2}{5-m} + \frac{y^2}{m+3} = 1$ 表示椭圆”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 方程 $x-1=\sqrt{1-(y-1)^2}$ 所表示的曲线是

- A. 一个圆 B. 两个圆 C. 半个圆 D. 两个半圆

7. 以 $(2,-1)$ 为圆心, 4 为半径的圆的标准方程为

- A. $(x+2)^2+(y-1)^2=4$ B. $(x+2)^2+(y-1)^2=16$
C. $(x-2)^2+(y+1)^2=16$ D. $(x-2)^2+(y+1)^2=4$

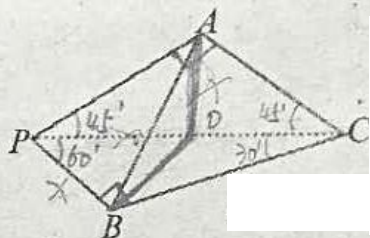
8. 已知 a, b, c 是空间中三条不同的直线, γ 是平面, 给出下列命题: ①若 $a \perp b, b \perp c$, 则 $a \parallel c$; ②若 $a \parallel b, a \parallel c$, 则 $b \parallel c$; ③若 $a \parallel \gamma, b \parallel \gamma$, 则 $a \parallel b$; ④若 $a \perp \gamma, b \perp \gamma$, 则 $a \parallel b$. 其中真命题的序号是

- A. ①② B. ②③ C. ①④ D. ②④

9. 已知在三棱锥 $P-ABC$ 中, $V_{P-ABC} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, $\angle APC = \frac{\pi}{4}$, $\angle BPC = \frac{\pi}{3}$, $PA \perp AC$, $PB \perp BC$,

且平面 $PAC \perp$ 平面 PBC , 那么三棱锥 $P-ABC$ 外接球的体积为

- A. $\frac{4\pi}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$
C. $\frac{12\sqrt{3}\pi}{3}$ D. $\frac{32\pi}{3}$



10. 在平面内两个定点的距离为 6, 点 M 到这两个定点的距离的平方和为 26, 则点 M 的轨迹是

- A. 圆 B. 椭圆 C. 双曲线 D. 线段

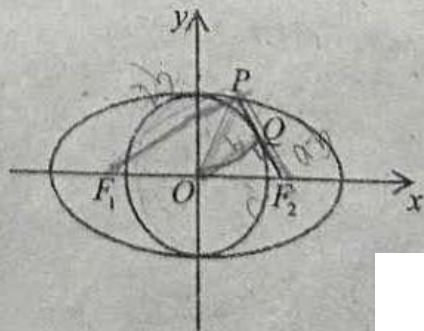
11. 已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线 l 与 C 的左右两支分别交于 A, B 两点, 且 $|AF_1| = |BF_1|$, 则 $|AB| =$

- A. $2\sqrt{2}$ B. 3 C. 4 D. $2\sqrt{2}+1$

12. 如图, F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 点 P 在椭圆 C 上, 线段 PF_2 与圆

$x^2 + y^2 = b^2$ 相切于点 Q , 且点 Q 为线段 PF_2 的中点, 则椭圆的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$
C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$



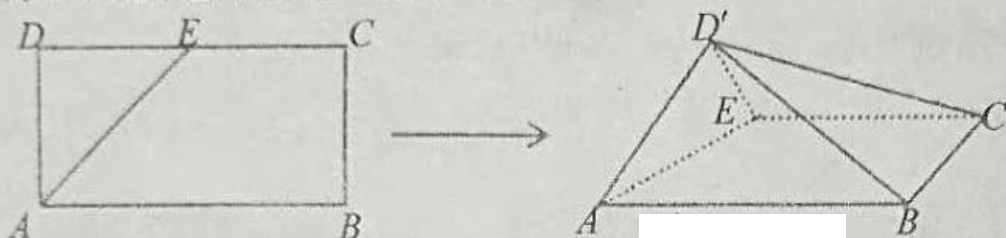
第II卷 (非选择题, 满分90分)

二、填空题 (本大题共4小题, 每小题5分, 共20分。将答案填在答题卡相应的位置上)

13、一个圆锥的侧面展开图是一个半径为2的半圆, 则该圆锥的体积为

14、抛物线 $y=10x^2$ 的焦点到准线的距离是

15、如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=1$, E 是 CD 的中点, 沿 AE 将 $\triangle DAE$ 向上折起, 使 D 为 D' , 且平面 $AED' \perp$ 平面 $ABCE$ 。



则直线 AD' 与平面 ABC 所成角的正弦值为

16、椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , P 为椭圆 M 上任一点, 且

$\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的最大值的取值范围是 $[c^2, 3c^2]$, 其中 $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, 则椭圆 M 的离心率 e 的取值范围是

三、解答题 (本大题共6小题, 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17、(本小题10分)

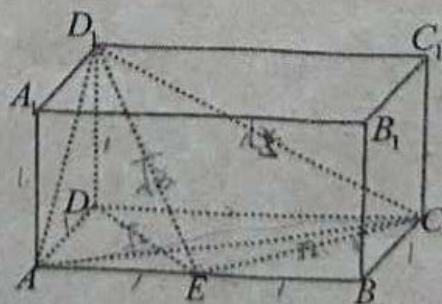
已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(1,3)$, AB 边上的中线 CM 所在直线的方程为 $2x - 3y + 2 = 0$, AC 边上的高 BH 所在直线的方程为 $2x + 3y - 9 = 0$, 求顶点 C 的坐标。

18、(本小题12分)

如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD = AA_1 = 1$; $AB = 2$, 点 E 是线段 AB 的中点。

(1) 求证: $D_1E \perp CE$;

(2) 求 A 点到平面 CD_1E 的距离



19、(本小题 12 分)

已知圆 C 过点 $M(0, -2)$, $N(3, 1)$, 且圆心 C 在直线 $x + 2y + 1 = 0$ 上;

(1) 求圆 C 的方程;

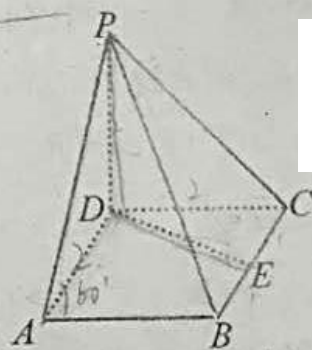
(2) 设直线 $ax - y + 1 = 0$ 与圆 C 交于 A, B 两点, 是否存在实数 a , 使得过点 $P(2, 0)$ 的直线 l 垂直平分弦 AB ? 若存在, 求出实数 a 的值; 若不存在, 请说明理由.

20、(本小题 12 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面四边形 $ABCD$ 为菱形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD = AD = 2$, $\angle BAD = 60^\circ$, E 为 BC 的中点.

(1) 求证: $DE \perp$ 平面 PAD ;

(2) 求二面角 $P-AB-D$ 的平面角的余弦值.

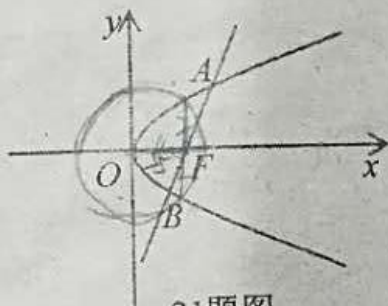


21、(本小题 12 分)

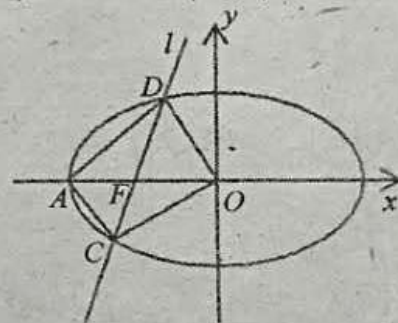
已知抛物线 $C_1: y^2 = 2px (p > 0)$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 = 5$ 的两个交点之间的距离为 4.

(1) 求 p 的值;

(2) 设过抛物线 C_1 的焦点 F 且斜率为 2 的直线与抛物线交于 A, B 两点, 求 $|AB|$.



21题图



22题图

22、(本小题 12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点与短轴的一个端点是等边三角形的三个顶点, 且长轴长为 4.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 若 A 是椭圆 E 的左顶点, 经过左焦点 F 的直线 l 与椭圆 E 交于 C, D 两点, 求 $\triangle OAD$ 与 $\triangle OAC$ (O 为坐标原点) 的面积之差绝对值的最大值.

(3) 已知椭圆 E 上点 $T(x_0, y_0)$ 处的切线方程为 $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$, T 为切点. 若 P 是直线 $x = 4$ 上任意一点, 从 P 向椭圆 E 作切线, 切点分别为 N, M , 求证: 直线 MN 恒过定点, 并求出该定点的坐标.