

2018—2019 学年度第一学期期末联考

高二文科数学试卷

(本卷满分 150 分; 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息;
2. 请将答案正确填写在答题卡上对应区域, 答在试卷上不得分.

第 I 卷 (选择题)

一、选择题 (本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项符合题意.)

1. 下列有关命题的说法错误的是

A. 命题“若 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 则 $x = 1$ ”的逆否命题为“若 $x \neq 1$ 则 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ”

B. “ $x = 1$ ”是“ $x^2 - 3x + 2 = 0$ ”的充分不必要条件

C. 若 $p \wedge q$ 为假命题, 则 \bar{p} , q 均为假命题

D. 对于命题 $p: \exists x \in R$, 使得 $x^2 + x + 1 < 0$, 则 $\bar{p}: \forall x \in R$, 均有 $x^2 + x + 1 \geq 0$ 2. 已知 $M(-2, 0)$, $N(2, 0)$, $|PM| - |PN| = 4$, 则动点 P 的轨迹是

A. 双曲线 B. 双曲线左边一支

C. 一条射线 D. 双曲线右边一支

3. 已知椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上的一点 P 到椭圆一个焦点的距离为 3, 则 P 到另一个焦点的距离为

A. 9 B. 7 C. 5 D. 3

4. 已知条件 $p: x^2 - 2x - 3 < 0$, 条件 $q: x > a$, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则 a 的取值范围为

A. $a > 3$ B. $a \geq 3$ C. $a < -1$ D. $a \leq -1$

5. “ $mn < 0$ ”是“方程 $mx^2 + ny^2 = 1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线”的

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. “关于 x 的不等式 $x^2 - 2ax + a > 0$ 的解集为 R ”的一个必要不充分条件是

- A. $0 < a < 1$ B. $0 < a < \frac{1}{3}$ C. $0 \leq a \leq 1$ D. $a < 0$ 或 $a > \frac{1}{3}$

7. 设函数 $f(x)$ 可导, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{3\Delta x}$ 等于

- A. $f'(1)$ B. $3f'(1)$ C. $\frac{1}{3}f'(1)$ D. $f'(3)$

8. 已知点 $M(\sqrt{3}, 0)$, 直线 $y = k(x + \sqrt{3})$ 与椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 相交于 A, B 两点, 则 $\triangle ABM$ 的周长为

- A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

9. 已知直线 $y = kx$ 与曲线 $y = \ln x$ 相切, 则 k 的值为

- A. e B. $-e$ C. $\frac{1}{e}$ D. $-\frac{1}{e}$

10. 设函数 $f(x)$ 在 R 上可导, 其导函数为 $f'(x)$, 且函数 $y = (1-x)f'(x)$ 的图象如图所示, 则下列结论中一定成立的是

- A. 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(2)$ 和极小值 $f(1)$
B. 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-2)$ 和极小值 $f(1)$
C. 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(2)$ 和极小值 $f(-2)$
D. 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-2)$ 和极小值 $f(2)$

11. 设 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$)的左, 右焦点, 双曲线上存在一点 P 使得

$|PF_1| + |PF_2| = 3b$, $|PF_1| \cdot |PF_2| = \frac{9}{4}ab$, 则该双曲线的离心率为

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{9}{4}$ D. 3

12. 设函数 $f(x), g(x)$ 的定义域为 R , 且 $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 当 $x < 0$ 时, $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) > 0$ 且 $g(-3) = 0$, 则不等式 $f(x)g(x) < 0$ 的解集为

- A. $(-3,0) \cup (0,3)$ B. $(-3,0) \cup (3,+\infty)$
 C. $(-\infty,-3) \cup (0,3)$ D. $(-\infty,-3) \cup (3,+\infty)$

第 II 卷（非选择题）

二、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 函数 $f(x) = x^3 + x^2 + mx + 1$ 是 R 上的单调函数，则 m 的取值范围为_____.
14. 若函数 $f(x) = x^3 + 2f'(1)x^2 + 1$ ，则 $f(-1) =$ _____.
15. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 作倾斜角为 45° 的直线交抛物线于 A, B 两点，若线段 AB 的长为 8，则 $p =$ _____.
16. 函数 $f(x) = x^3 - 12x + 3$ ， $g(x) = 3^x - m$ ，若 $\forall x_1 \in [-1, 5]$ ， $\exists x_2 \in [0, 2]$ ， $f(x_1) \geq g(x_2)$ ，则实数 m 的最小值是_____.

三、解答题（本题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (10 分) 在圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上任取一点 P ，过点 P 作 x 轴的垂线段 PD ， D 为垂足. 当点 P 在圆上运动时，求线段 PD 的中点 M 的轨迹方程.
18. (12 分) (1) 已知椭圆两个焦点的坐标分别是 $(-2,0)$ ， $(2,0)$ ，并且经过点 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ，求它的标准方程；
- (2) 已知双曲线两个焦点的坐标分别是 $(0,-6)$ ， $(0,6)$ ，并且经过点 $(2,-5)$ ，求它的标准方程.
19. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$ ，曲线 $y = f(x)$ 在点 $P(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = 3x + 1$.
- (1) 求 a, b 的值；
- (2) 求函数 $y = f(x)$ 在 $[-3, 1]$ 上的最大值.

20. (12分) 已知命题 p : 关于 x 的不等式 $a^x > 1$ 的解集是 $\{x | x < 0\}$, 命题 q : 函数 $y = \sqrt{ax^2 - x + a}$ 的定义域为 R . 若 $p \vee q$ 是真命题, $p \wedge q$ 是假命题, 求实数 a 的范围.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 + (a-1)x$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 当 $a > 0$ 时, 试确定函数 $y = \frac{1}{4}a^2 - f(x)$ 的零点个数, 并说明理由.

22. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 短轴一个端点到右焦点的距离为 $\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 坐标原点 O 到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.