

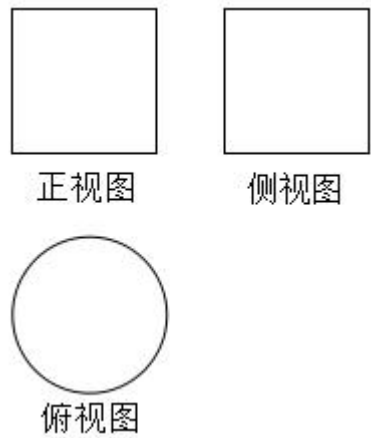
杭州四中(吴山)2018学年第一学期高二年级期末数学试卷

满分: 100分

时间: 90分钟

一. 选择题(共10小题, 每小题3分, 共30分).

1. “ $a=1$ ”是“直线 $ax+2y-8=0$ 与直线 $x+(a+1)y+4=0$ 平行”的()
- A. 充要条件 B. 充分而不必要条件 C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
2. 如图所示, 一个空间几何体的正视图和侧视图都是边长为2的正方形, 俯视图是一个直径为2的圆, 则这个几何体的表面积为()
- A. 2π B. 4π C. 6π D. 8π



3. 在空间直角坐标系中, 点 $P(1,5,6)$ 关于平面 XOY 对称点 Q 的坐标是()
- A. $(1, -5, 6)$ B. $(1, 5, -6)$ C. $(-1, -5, 6)$ D. $(-1, 5, -6)$
4. 下列命题错误的是()
- A. 不在同一直线上的三点确定一个平面
- B. 两两相交且不共点的三条直线确定一个平面
- C. 如果两个平面垂直, 那么其中一个平面内的直线一定垂直于另一个平面
- D. 如果两个平面平行, 那么其中一个平面内的直线一定平行于另一个平面

5. 设变量 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} y \leq x \\ x + y \geq 2 \\ x \leq 4 \end{cases}$$
, 则目标函数 $z = 2x + y$ 的最小值为()

- A. 6 B. 4 C. 3 D. 2
6. 直线 $3x+4y+5=0$ 的斜率和它在 y 轴上的截距分别为()
- A. $\frac{4}{3}, \frac{5}{3}$ B. $-\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}$ C. $-\frac{3}{4}, -\frac{5}{4}$ D. $\frac{3}{4}, \frac{5}{4}$
7. 若点 P 在直线 $3x+y-5=0$ 上, 且点 P 到直线 $x-y-1=0$ 的距离为 $\sqrt{2}$, 则点 P 的坐标是()
- A. $(1, 2)$ B. $(2, 1)$ C. $(2, 1)$ 或 $(-1, 2)$ D. $(1, 2)$ 或 $(2, -1)$
8. 与 $3x+4y=0$ 垂直, 且与圆 $(x-1)^2+y^2=4$ 相切的一条直线是()
- A. $4x-3y=6$ B. $4x-3y=-6$ C. $4x+3y=6$ D. $4x+3y=-6$
9. 四边形 $ABCD$ 和 $ADPQ$ 均为正方形, 它们所在的平面互相垂直, 则异面直线 AP 与 BQ 所成的角为()
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
10. 直角三角形 ABC 的斜边 BC 在平面 α 内, 顶点 A 在平面 α 外, 则 $\triangle ABC$ 的两条直角边在平面 α 内的射影与斜边组成的图形是()
- A. 一条线段 B. 一个锐角三角形 C. 一个钝角三角形 D. 一条线段或一个钝角三角形

二. 填空题(共7小题, 每小题4分, 共28分).

11. 命题“偶函数的图象关于 y 轴对称”写成“若 p , 则 q ”形式为_____.
12. 长, 宽, 高分别为2, 1, 2的长方体的每个顶点都在同一个球面上, 则该球的表面积为_____.
13. 若圆的方程为 $(x+\frac{k}{2})^2+(y+1)^2=1-\frac{3}{4}k^2$, 则当圆的面积最大时, 圆心坐标和半径分别为_____, _____.
14. 已知空间向量 $\vec{a}=(x, 4, 3), \vec{b}=(3, 2, z)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $xz =$ _____.
15. 若直线 $l: 3y = \sqrt{3}x + 6$, 则直线 l 的倾斜角为_____.
16. 圆 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$ 关于直线 $2ax-by+2=0(a, b \in R)$ 对称, 则 ab 的取值范围是_____.

17. 设 P, Q 为一个正方体表面上的两点, 已知此正方体绕着直线 PQ 旋转 $\theta (0 < \theta < 2\pi)$ 角后能与自身重合, 那么符合条件的直线 PQ 有_____条.

二. 解答题 (共 4 小题, 共 42 分).

18. (10 分) (1) 求两条垂直的直线 $2x + ay + 2 = 0$ 和 $x + 2y + 1 = 0$ 的交点坐标.

(2) 求平行于直线 $x - y - 2 = 0$, 且与它的距离为 $\sqrt{2}$ 的直线方程.

19. (10 分) 已知: $a > 0, p: x^2 - 8x - 20 > 0, q: x^2 - 2x + 1 - a^2 > 0$, 且 p 是 q 的充分不必要条件, 求 a 的取值范围.

20. (10 分) 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$, 直线 $l: mx - y + 1 - m = 0$.

(1) 判断直线 l 与圆 C 的位置关系;

(2) 若直线 l 与圆 C 交于不同两点 A, B , 且 $|AB| = 3\sqrt{2}$, 求直线 l 的方程.

21. (12 分) 如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $EB \perp$ 平面 $ABCD$ 且 $EB \parallel FD$.

(1) 求证: 平面 $AEC \perp$ 平面 $BEFD$;

(2) 若 $AB = 2, \angle BAD = 60^\circ, EB = FD$, 设 EA 与平面 $ABCD$ 所成夹角为 α , 且 $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 求二面角

$A - EC - F$ 的余弦值.

