

**甘肃省兰州市2018-2019年高二上学期第二片区丙组期末联考数学试题（理）**

一、选择题（本大题共**12**小题，共**60.0**分）

1. 已知命题*p*：，命题*q*：函数的定义域是，则以下为真命题的是

A. B. C. D.

【答案】*B*

【解析】解：命题*p*：是真命题，  
命题*q*：函数的定义域是是假命题，  
在*A*中，是假命题，故*A*错误；  
在*B*中，是真命题，故*B*正确；  
在*C*中，是假命题，故*C*错误；  
在*D*中，是假命题，故*D*错误．  
故选：*B*．  
推导出命题*p*是真命题，命题*q*是假命题，从而是假命题，是真命题，是假命题，是假命题．  
本题考查命题真假的判断，考查或、且、非及复合命题的真假判断等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

1. 椭圆的离心率为

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解析】解：由椭圆的方程可知，，，，离心率，  
故选：*A*．  
由椭圆的方程可知，*a*，*b*，*c* 的值，由离心率求出结果．  
本题考查椭圆的标准方程，以及椭圆的简单性质的应用，求出*a*、*c*的值是解题的关键．

1. 已知空间向量、，，3，，则的坐标可以是

A. 4， B. 6， C. D.

【答案】*C*

【解析】解：空间向量、，，3，，  
在*A*中，当4，时，，故*A*错误；  
在*B*中，当6，时，，故*B*错误；  
在*C*中，当时，，，故*C*正确；  
在*D*中，当时，，故*D*错误．  
故选：*C*．  
利用向量垂直的性质直接求解．  
本题考查向量的求法，考查向量垂直的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查数形结合思想，是基础题．

1. 命题“若，则且”的否命题是

A. 若，则且 B. 若，则或  
C. 若，则且 D. 若，则或

【答案】*D*

【解析】解：命题“，则”的否定命题为：若，则或．  
故选：*D*．  
直接利用四种命题的逆否关系，写出否定命题即可．  
本题考查四种命题的逆否关系，注意命题的否定与否定命题的区别，是基础题．

1. 若方程表示双曲线，则*m*的取值范围是

A. B.   
C. D. 或

【答案】*D*

【解析】解：方程表示双曲线，  
可得：，解得：或．  
故选：*D*．  
利用双曲线的简单性质，列出不等式求解即可．  
本题考查双曲线的简单性质的应用，是基本知识的考查．

1. 以下各组向量中的三个向量，不能构成空间基底的是

A. 0，，2，，  
B. 0，，1，，0，  
C. 0，，1，，1，  
D. 1，，1，，0，

【答案】*A*

【解析】解：若空间三个向量，，能构成空间的基底，则向量，，不共面，  
对于选项*A*，因为：0，0，，2，，，  
则，  
即向量，，共面，  
故选项*A*中的三个向量不能构成空间基底，  
对于选项*B*，*C*，*D*中的三个向量均不共面，即能够构成空间的基底，  
故选：*A*．  
结合空间三个向量，，能构成空间的基底，则向量，，不共面，逐一检验即可  
本题考查了空间向量基本定理、正交分解及坐标表示，属简单题

1. 平面内，“动点*P*到两个定点的距离之和为正常数”是“动点*P*的轨迹是椭圆”的

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件  
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】*B*

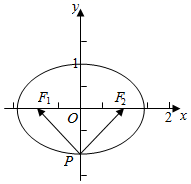
【解析】解：若动点*P*到两个定点的距离之和为正常数2*a*，当时，动点*P*的轨迹是线段*AB*，或不存在，故充分性不成立，  
若动点*P*的轨迹是椭圆，则满足，“动点*P*到两个定点的距离之和为正常数”，必要性成立，  
故平面内，“动点*P*到两个定点的距离之和为正常数”是“动点*P*的轨迹是椭圆”的必要不充分条件，  
故选：*B*．  
根据椭圆的性质以及充分条件和必要条件的定义进行判断即可．  
本题主要考查充分条件和必要条件的判断，根据椭圆的定义和性质是解决本题的关键．

1. 已知点、是椭圆的两个焦点，点*P*是该椭圆上的一个动点，那么的最小值是

A. 0 B. 1 C. 2 D.

【答案】*C*

【解析】解：为的中点，  
，可得  
当点*P*到原点的距离最小时，达到最小值，同时达到最小值．  
椭圆化成标准形式，得  
且，可得，  
因此点*P*到原点的距离最小值为短轴一端到原点的距离，即最小值为  
的最小值为2  
故选：*C*．  
根据向量的加法法则和三角形中线的性质，可得等于点*P*到原点距离的2倍，由此结合椭圆的标准方程和简单几何性质，即可得到的最小值是2．  
本题给出点、是椭圆的两个焦点，求椭圆上一个动点*P*指向两个焦点所成向量的和向量长度的最小值，着重考查了椭圆的标准方程与简单几何性质等知识，属于基础题．

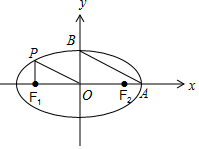


1. 已知点、是椭圆的左、右焦点，点*A*为椭圆与*x*轴正半轴的交点，点*B*为椭圆与*y*轴正半轴的交点，*P*是椭圆上一点，与*x*轴垂直，，若椭圆上存在点*Q*，使，则这样的*Q*点的个数为

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

【答案】*C*

【解析】解：如图，  
  
，，  
，，  
由，得，则．  
以*O*为圆心，以为直径的圆与椭圆有两个交点，为短轴的两端点．  
若椭圆上存在点*Q*，使，则*Q*为短轴的两端点，*Q*点的个数为2个．  
故选：*C*．  
由已知画出图形，求出*A*，*B*，*P*的坐标，由已知可得，得到，由此可知，以*O*为圆心，以为直径的圆与椭圆有两个交点，为短轴的两端点，则答案可求．  
本题考查椭圆的简单性质，考查直线与椭圆、椭圆与圆位置关系的应用，是中档题．

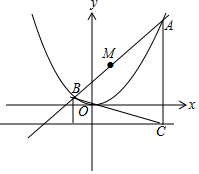


1. 已知点*A*、*B*在抛物线上，直线*AB*的斜率为1，*M*为线段*AB*的中点，直线*AC*垂直于直线*l*：，*C*为垂足，若*C*、*B*、坐标原点三点共线，则*M*到直线*l*的距离是

A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

【答案】*B*

【解析】解：如图，  
  
设*AB*：，  
联立，得．  
设，，则．  
由根与系数的关系可得：，．  
由*C*、*B*、*O*三点共线，得，即．  
，即．  
到直线*l*的距离是  
．  
故选：*B*．  
由已知画出图形，设*AB*：，与抛物线方程联立，利用根与系数的关系结合*C*、*B*、*O*三点共线求得*m*，再由梯形中位线的性质求解．  
本题考查抛物线的简单性质，考查直线与抛物线位置关系的应用，考查数学转化思想方法，是中档题．



1. 已知实数*x*，*y*，*z*满足，则的范围是

A. B.   
C. D.

【答案】*D*

【解析】解：实数*x*，*y*，*z*满足，看做是以坐标原点为球心的球，  
的几何意义是球上的点与4，的距离．  
可知最小值：，  
最大值为：，  
所以：的范围是：  
故选：*D*．  
，看做是以坐标原点为球心的球，的几何意义是球上的点与4，的距离然后求解范围即可．  
本题考查空间两点间距离公式的求法，表达式的几何意义，考查空间想象能力以及计算能力．

1. 以下三个命题：  
   若动点*M*到定点、的连线斜率之积为定值，则动点*M*的轨迹为一个椭圆．  
   平面内到一定点的距离和到一定直线的距离相等的点的轨迹是一条抛物线．  
   若过原点的直线与圆相交于*A*、*B*两点，则弦*AB*的中点*M*的轨迹为一个圆．  
   其中真命题的个数为

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】*A*

【解析】解：对于，若动点*M*到定点、的连线斜率之积为定值，  
设，可得，即为，  
则动点*M*的轨迹为一个椭圆不包括*x*轴上的点，故错误；  
对于，平面内到一定点的距离和到一定直线的距离相等，如果定点不在定直线上，  
可得动点的轨迹是一条抛物线；若定点在定直线上，可得动点的轨迹为过定点垂直于定直线的直线，  
故错误；  
对于，圆*C*：的圆心，半径为2，设，  
若过原点的直线与圆*C*：相交于*A*、*B*两点，  
由，可得*M*的轨迹为以*AC*为直径的圆不包括原点，故错误．  
其中真命题的个数为0．  
故选：*A*．  
由直线的斜率公式化简整理，注意去掉*x*轴上的点，即可判断；  
由抛物线的定义，即可判断；由圆内的垂径定理，即可判断．  
本题考查轨迹方程的求法，注意运用方程思想和定义法，易错点：一些特殊点，考查运算能力，属于基础题和易错题．

二、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 抛物线的焦点为，则抛物线的标准方程为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】解：抛物线的焦点为，  
可得，所以抛物线的标准方程为：．  
故答案为：．  
利用抛物线的焦点坐标，求出*p*，然后求解抛物线的标准方程即可．  
本题考查抛物线的简单性质的应用，抛物线方程的求法，考查计算能力．

1. 命题“存在实数*a*，使函数在其定义域内为非单调函数”是\_\_\_\_\_\_填“真”或“假”命题．

【答案】真

【解析】解：当时，在为减函数，在为增函数，  
但在定义域内为非单调函数．  
则存在实数*a*，使函数在其定义域内为非单调函数，  
故答案为：真．  
可取，由二次函数的单调性，即可判断命题的真假．  
本题考查存在性命题的真假判断，主要是幂函数的图象和性质的运用，考查判断能力，属于基础题．

1. 叙述空间向量基本定理：\_\_\_\_\_\_

【答案】如果三个向量、、不共面，那么对空间任一向量，存在有序实数组*x*、*y*、*z*，使得

【解析】解：空间向量的基本定理是，  
“如果三个向量、、不共面，那么对空间任一向量，存在有序实数组*x*、*y*、*z*，使得”  
故答案为：如果三个向量、、不共面，那么对空间任一向量，存在有序实数组*x*、*y*、*z*，使得．  
根据空间向量的基本定理，写出定理的内容即可．  
本题考查了空间向量的基本定理与应用问题，是基础题．

1. 已知点、是椭圆的左、右焦点，*P*为椭圆上的动点，若动点*Q*满足且，则点*Q*到双曲线的一条渐近线距离的最大值为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】解：椭圆的，，  
若动点*Q*满足且，  
可得，*P*，*Q*三点共线，且同向，  
由，  
可得*Q*的轨迹为以为圆心，4为半径的圆，  
双曲线的一条渐近线方程设为，  
由圆心到渐近线的距离为，  
可得点*Q*到双曲线的一条渐近线距离的最大值为，  
故答案为：．  
求得椭圆的焦点和*a*，运用向量共线和椭圆的定义可得*Q*的轨迹为以为圆心，4为半径的圆，求得双曲线的一条渐近线方程，以及圆心到渐近线的距离*d*，由最大值为，可得所求值．  
本题考查椭圆和双曲线的定义、性质，考查轨迹的求法，以及直线和圆的位置关系，点到直线的距离公式的运用，以及最值的求法，考查运算能力，属于中档题．

三、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分）

1. 已知*p*：，*q*：，其中．  
   若*p*是*q*的充分不必要条件，求实数*a*的范围；  
   若*p*是*q*的必要不充分条件，求实数*a*的范围；

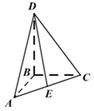
【答案】解：（1）设命题*p*：*A*=，即*P*：*A*=，  
命题*q*：*B*=，  
因为*p*是*q*的充分不必要条件，  
则*A*⊊*B*，  
即，解得：*a*＞2，  
（2）由（1）得：*B*⊊*A*，  
①当*a*=0时，*B*=∅，满足，  
②当*a*＞0时，由*B*⊊*A*得：，即0＜*a*＜2，  
③*a*＜0时，显然不满足题意，  
综合①②③得：  
实数*a*的范围：0≤*a*＜2．



【解析】（1）由命题与集合的关系，设命题*p*：*A*=，命题*q*：*B*=，因为*p*是*q*的充分不必要条件，则*A*⊊*B*，得解，  
（2）由*B*⊊*A*，分别讨论①当*a*=0时，②当*a*＞0时，③*a*＜0时，再综合可得解．  
本题考查了含参不等式的解法及集合的包含关系及充分、必要条件，属简单题

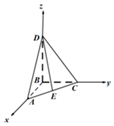


1. 已知四面体*DABC*中，*AB*，*BC*，*BD*两两垂直，且，点*E*是*AC*的中点；  
   求证：；  
   若异面直线*CD*与*BE*所成角为，且，求二面角的余弦值；



|  |
| --- |
|  |

【答案】证明：以*B*为坐标原点，建立空间直角坐标系，  
则0，，2，，1，，  
设0，，，  
1，，2，，  
，分  
解：2，，1，，  
，解得，即0，，分  
设平面*DAC*的法向量为*y*，，  
则，取，得2，，  
又平面*ABC*的法向量为0，，  
设二面角的平面角为，  
则，  
二面角的余弦值为分



【解析】以*B*为坐标原点，建立空间直角坐标系，利用向量法能证明．  
求出平面*DAC*的法向量和平面*ABC*的法向量，利用向量法能求出二面角的余弦值．  
本题考查线线垂直的证明，考查二面角的余弦值的求法，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，是中档题．

1. 已知双曲线与椭圆有公共焦点，双曲线的渐近线方程为  
   求双曲线的标准方程；  
   若直线*l*：与双曲线有两个不同的交点，求实数*k*的范围

【答案】解：双曲线与椭圆有公共焦点，可知焦点诶，，  
即，  
双曲线的渐近线方程为  
，  
又，  
，，  
双曲线的方程为，  
由，消*y*可得，  
直线*l*：与双曲线有两个不同的交点，  
且，  
解得，且，  
故*k*的范围为，且

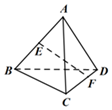
【解析】先求出，再根据渐近线方程可得，又，解得即可求出．  
联立直线与双曲线方程，利用方程组与两个交点，求出*k*的范围．  
本题考查直线与双曲线的位置关系的综合应用，考查转化思想以及计算能力．

1. 已知点在抛物线上．  
   求抛物线的标准方程；  
   过的直线与抛物线交于、两点，试证明、均为定值，并求相应的定值．

【答案】解：点在抛物线上，  
，即，  
抛物线的标准方程；  
证明：：过点且斜率为*k*的直线*l*的方程为：．  
把代入，消去*y*得，  
由于直线与抛物线交于不同两点，  
故且，  
，而，  
．  
当过点且斜率不存在时，也满足，．  
综上可得：，均为定值．

【解析】将点*P*代入即求出*p*的值，可得抛物线的方程；  
过点且斜率为*k*的直线*l*的方程为：联立抛物线方程，由韦达定理可得，，又由直线斜率不存在时，，也成立，可得结论．  
本题考查了抛物线的定义域几何性质的应用问题，也考查了直线方程，属于中档题．

1. 已知正四面体*ABCD*的各边长均为2，点*E*是边*AB*的中点，点*F*在边*CD*上，且  
   计算*EF*的长；  
   求*E*到平面*BCD*的距离；



|  |
| --- |
|  |

【答案】解：令，，，  
正四面体*ABCD*的各边长均为2，点*E*是边*AB*的中点，点*F*在边*CD*上，且，  
，，  
，，  
，  
，  
，  
的长．  
平面*BCD*的法向量，，  
到平面*BCD*的距离：  
．

【解析】令，，，则，，则，，得，从而求出，由此能求出*EF*的长．  
平面*BCD*的法向量，，由此能求出*E*到平面*BCD*的距离．  
本题考查线段长的求法，考查点到直线的距离的求法，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，是中档题．

1. 在平面直角坐标系*xOy*中，点、是椭圆*C*：的左、右焦点，点在椭圆上，过点*P*的直线*l*的方程为．  
   当时，求的面积；  
   若直线*l*与*x*轴、*y*轴分别相交于*A*，*B*两点，试求面积的最小值；

【答案】解：当时，  
，  
，  
的面积  
Ⅱ直线*l*与*x*轴，*y*轴分别相交于*A*，*B*两点，，．  
令，得，则，  
令，得，则  
点在椭圆*C*上，  
．  
，  
的面积  
当且仅当，即，取等号，  
故面积的最小值为

【解析】根据时，即可求出，三角形的面积可求出．  
在直线*l*中，分别令，，求得*A*，*B*的坐标，求得三角形*OAB*的面积，由*P*代入椭圆方程，运用基本不等式即可得到所求最小值；  
本题考查椭圆的离心率的求法，注意运用椭圆的基本量的关系，考查三角形的面积的最值的求法，注意运用基本不等式，属于中档题